

# Avaliação e melhoramento de qualidade posicional de base de dados geográficos de sinalização rodoviária

**Leila Cristina Rodrigues Pinto Silva**

Mestrado em Engenharia Geográfica

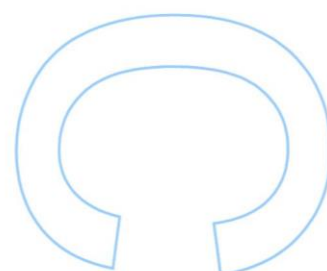
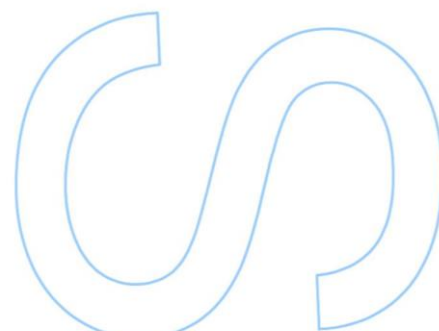
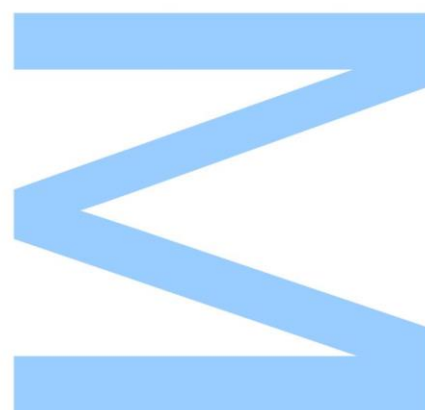
Departamento de Geociências, Ambiente e Ordenamento do Território  
2019

**Orientador**

José Alberto Gonçalves, Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências  
Da Universidade do Porto

**Coorientador**

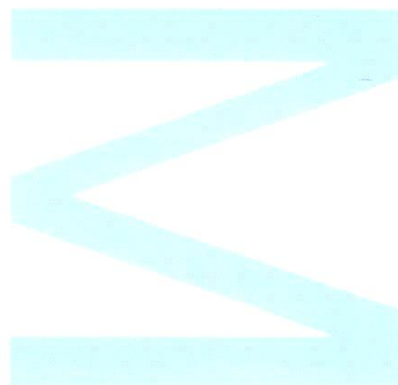
Júlio Ricardo Marques Da Silva Fernandes, Câmara Municipal  
Do Porto



Todas as correções determinadas  
Pelo júri, e só essas, foram efetuadas.  
O Presidente do Júri,

*M. C. A. A. A. A.*

Porto, 17 / 01 / 2020



# Resumo

Este relatório tem como objetivo descrever as atividades realizadas durante o período do estágio na Câmara Municipal do Porto (CMP), que consistiu no melhoramento da qualidade posicional de sinais de trânsito. Pretendia-se avaliar a precisão da base de dados existente e estudar a possibilidade de utilizar o levantamento GNSS de precisão e a eventual necessidade de recorrer a outras técnicas.

A primeira fase do trabalho consistiu no levantamento de coordenadas com o aparelho fornecido pela faculdade, tendo levantado cerca de 17 pontos num único dia. Na segunda fase selecionou-se uma zona de estudo ao longo da Avenida da Boavista, tendo-se procedido ao levantamento de 252 coordenadas com o aparelho adquirido durante o período de estágio. Avaliaram-se as principais dificuldades resultantes das obstruções ao sinal nas ruas estreitas e devido à vegetação. Para colmatar esses problemas implementou-se um método de obtenção de coordenadas para os locais com obstruções nos sinais GPS, baseado na técnica topográfica de interseção direta medindo distâncias, recorrendo a um distanciómetro laser.

Por fim fez-se um teste de precisão altimétrica do equipamento GNSS, recorrendo a pontos da rede de apoio topográfico da CMP. Esse estudo foi motivado pelas dúvidas levantadas na calibração fornecida com o aparelho.

Foram atingidos os objetivos estabelecidos, tendo sido possível concluir sobre a exequibilidade do melhoramento posicional da informação geográfica da sinalização rodoviária da CMP, podendo ser aplicada a grande parte dos elementos, recorrendo ao método de interseção direta estudado.

**Palavra-Chave:** GNSS, Trimble R6, Spectra Precision SP60, Levantamento Topográfico, Interseção Direta, Transformação de coordenadas

# Abstract

This report has the objective of describing the activities carried out during the internship period at the Câmara Municipal do Porto (CMP). The work consisted in the improvement of positional accuracy of a traffic sign database. It was intended to assess the accuracy of the existing point database and analyse the possibility of using the precision GNSS survey, possibly combined with other techniques.

The first phase of the work consisted in the survey with the GNSS receiver of the Faculty. A total of 17 points were surveyed as a first accuracy test. In a second phase a study area along, Avenida da Boavista, where a total of 252 points were collected, using a GNSS receiver acquired for this purpose. The main difficulties of this work, mainly due to obstructions caused by buildings and vegetation, were assessed. To overcome these problems a methodology was developed, based on the direct resection with distance measurements, obtained with a laser distancemeter.

Finally an height accuracy analysis of the GNSS equipment was done, using points of the municipal topographic reference network. This study was motivated by the doubts that existed about the calibration of the GNSS receiver.

The objectives established were achieved. It was possible to conclude about the applicability of the accuracy GNSS survey to update the geographic database of CMP. Most of the points could be surveyed using GNSS combined with the laser based resection.

**Key Words:** GNSS, Trimble R6, Spectra Precision SP60, Topographical Survey, Direct Intersection, Coordinate Transformation

## Índice

Resumo.....	3
Abstract .....	4
Índice de figuras .....	6
Índice tabelas .....	7
Lista de Siglas e Acrónimos.....	8
Capítulo 1.....	9
1. Introdução.....	9
1.1 Enquadramento Institucional .....	9
1.2 Objetivos .....	11
1.3 Estrutura do relatório.....	11
Capítulo 2.....	12
2 Conceitos teóricos associados aos trabalhos.....	12
<b>2.1 Terra e suas formas</b> .....	12
<b>2.2 Superfície de Referência</b> .....	12
2.2.1 Geoide .....	13
2.2.2 Elipsoide de Revolução .....	13
2.2.3 Datum geodésico.....	15
2.2.4 Rede Geodésica .....	17
2.2.5 Data geodésicos portugueses .....	18
2.2.6 <i>Datum</i> vertical .....	20
2.2.7 Sistemas projeções em Portugal .....	20
<b>2.3 Transformação entre Data</b> .....	20
2.4 Métodos de aquisição da informação Geográfica .....	23
2.4.2 Métodos clássicos da Topografia.....	24
2.4.3 GNSS – Global navigation Satellite System.....	28
<b>2.4.3.4 Redes GNSS</b> .....	31
Capítulo 3.....	35
3 Município do Porto- Informação Geográfica.....	35
3.1 Enquadramento geográfico.....	35
3.2 Enquadramento cartográfico .....	36
3.3 Portal de informação Geográfica do Município do Porto .....	36
3.4 Informação geográfica da via publica - IGVP.....	37
3.5 Rede de apoio topográfico municipal do concelho do Porto .....	38
Capítulo 4.....	40
<b>4 Equipamentos e softwares utilizados</b> .....	40

4.1.1	Trimble R6 .....	40
4.1.2	Spectra Precision SP60.....	41
4.1.3	MobileMapper 50 .....	43
4.1.4	Medidor de distâncias laser .....	43
4.1.5	ArcGis.....	44
Capítulo 5.....		45
5	Trabalho de campo .....	45
5.1	Levantamento inicial das coordenadas.....	45
5.2	Aquisição de dados .....	46
5.2.1	Levantamento topográfico com recetor Trimble R6 .....	47
5.2.2	Levantamento topográfico com recetor Spectra Precision SP60 .....	50
5.2.3	Intersecção direta medindo distâncias.....	54
5.3	Levantamento altimétrico com o recetor .....	58
6	Conclusão .....	60
Referências Bibliográficas.....		61

## Índice de figuras

Figura 1- Organograma da Direção Municipal de Mobilidade e Transporte. Fonte extraído do Portal Colaborador da CMP .....	10
Figura 2- superfície de referência. fonte: [6].....	13
Figura 3- orientação do datum local [6].....	16
Figura 4- Da esquerda para a direita: Luzim vértice 1º ordem (Penafiel), Maravilha 2º ordem (Torres Vedras). Fonte: [6].....	17
Figura 5-Transformação de datum.....	21
Figura 6- Transporte de coordenadas. Fonte: [11] .....	25
Figura 7- avaliação do quadrante a que pertence o rumo. [12] .....	26
Figura 8- Satélites GNSS. Fonte [13].....	28
Figura 9- Arquitetura do GPS. Fonte [13].....	29
Figura 10- Erro multicaminho. Fonte [14] .....	30
Figura 11- Estação de Vila nova de Gaia. Fonte [8] .....	32
Figura 12- Município do Porto.....	35
Figura 13- Representação do Portal MIPWEB. Fonte [15]] .....	37

Figura 14- Representação de um ponto pesquisado. Fonte [15].....	37
Figura 15- Rede de apoio Topográfico do Município do Porto. [15].....	39
Figura 16- Vértices da Rede de Apoio Topográfico da CMP. [15].....	39
Figura 17- Recetor Trimble R6.....	41
Figura 18- À esquerda localização do centro da fase da antena. À direita altura da antena numa estação base fonte. Fonte [19].....	42
Figura 19- antena/ recetor SP60, bastão extensível e coletor de dados.....	43
Figura 20- Medidor de distâncias.....	44
Figura 21- Apontamentos do levantamento inicial.....	46
Figura 22- Planeamento dos trabalhos realizados .....	46
Figura 23- Levantamento de coordenadas Trimble R6 .....	47
Figura 24- Valores de DOPs com Trimble R6 .....	48
Figura 25- Representação dos pontos levantados Trimble R6.....	48
Figura 26- Em cima todos os pontos, em baixo eliminação do outlier .....	49
Figura 27- Levantamento de coordenadas Av. Fernando Magalhães .....	51
Figura 28- Representação dos pontos levantados com Spectra Precision SP60 .....	51
Figura 29- exatidão e precisão.....	52

## Índice tabelas

Tabela 1. Dimensões de alguns elipsoides. Adaptado [4] .....	14
Tabela 2-Parâmetros da projeção Transversa de Mercator. [8] .....	19
Tabela 3- Precisão de Levantamento GNSS. Adaptado [16].....	40
Tabela 4- Precisão do aparelho. adaptado [16].....	42
Tabela 5-Número satélites e valores de DOPs .....	48
Tabela 6- EMQ das coordenadas obtidas pelo Trimble R6 e as já existentes .....	49
Tabela 7- EMQ .....	52
Tabela 8- Diferenças das Coordenadas.....	57
Tabela 9 - coordenadas geográficas e retangulares dos pontos .....	58
Tabela 10- Diferença de altitude ortométrica entre valor verdadeiro e o valor medido .....	59

# Lista de Siglas e Acrónimos

EMQ- Erro Médio Quadrático

CMP - Câmara Municipal do Porto

DGT - Direção-Geral do Território

DOP - *Dilution of Precision* (Diluição/Degradação da Precisão)

EPSG - *European Petroleum Survey Group*

ETRS89 - *European Terrestrial Reference System 1989*

GNSS - *Global Navigation Satellite System* (Sistemas de Navegação Global por Satélite)

GPS - *Global Positioning System* (Sistema de Posicionamento Global)

IG - Informação Geográfica

ReNEP - Rede Nacional de Estações Permanentes GNSS

RTK - *Real Time Kinematic* (Tempo Real Cinemático)

SIG- Sistema de informação geográfica

WMS- *Web Map Service*

DMGVP- Direção Municipal de Gestão da Via Pública

IGVP- Informação Geográfica da Via Pública

AMP- Área Metropolitana do Porto

EU - União Europeia

EGNOS- *European Geostationary Navigation Overlay Service*

SBAS- *Satellite Based Augmentation System*

NMEA- *National Marine Electronics Association*

RTCM- *Radio Technical Commission for Maritime*

VRS - Estação Referencia Virtual

PAF- Ponto Astronómico Fundamental



# Capítulo 1

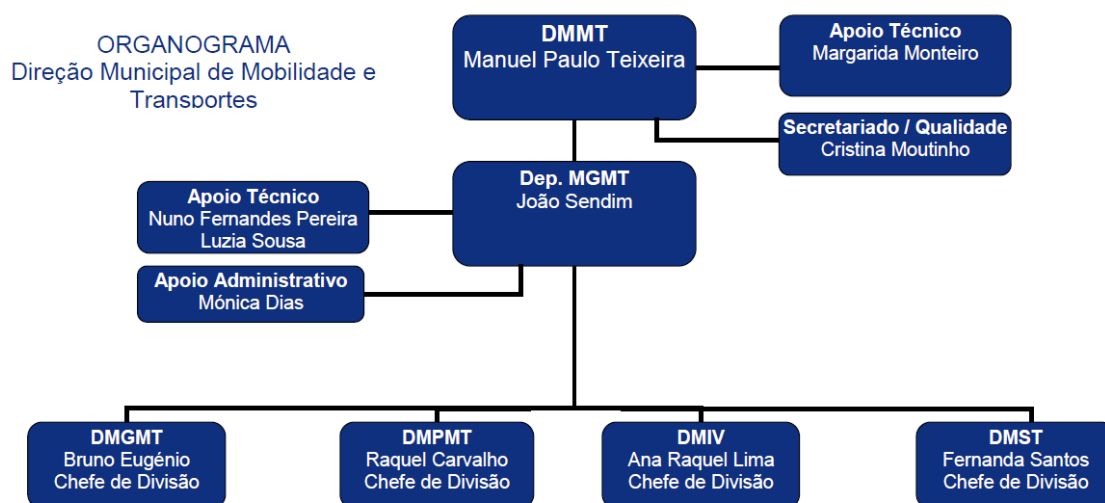
## 1. Introdução

O presente trabalho inserido no plano de estágio do Mestrado em Engenharia Geográfica da faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), foi realizado na Câmara Municipal do Porto (CMP) na Divisão Municipal de Planeamento Mobilidade e Transporte (DMPMT) – Projeto de informação Geográfica da Via Pública (IGVP) e orientado pelo professor José Alberto Gonçalves da Faculdade de Ciências e com o acompanhamento do Engenheiro Júlio Ricardo Marques da Silva Fernandes da Câmara Municipal do Porto. O estágio teve início no dia 15 de outubro de 2018 e terminou no dia 31 de maio de 2019, com a duração de 6 meses.

### 1.1 Enquadramento Institucional

A DMPMT pertence à Direção Municipal de Mobilidade e Transporte (DMMT) (figura1). De acordo com o *Dec. Lei [1]* o objetivo da DMPMT consiste em: a) Elaborar, coordenar e analisar estudos no âmbito da mobilidade urbana, transportes, promoção dos modos suaves, interfaces e estacionamento; b) Promover a articulação dos transportes públicos e privados numa perspetiva de promoção da intermodalidade; c) Apreciar os processos de transporte público em veículos ligeiros; d) Apreciar os processos de percursos e paragens de transporte público incluindo os circuitos turísticos; e) Gerir e executar os contratos de prestação de serviços e o contrato de concessão do estacionamento à superfície incluindo a apreciação dos processos de avença e lugares privativos.

### Cronograma atual da DMMT:



**DMMT** – Direção Municipal da Mobilidade e Transportes  
**Dep.MGMT** – Departamento Municipal de Gestão da Mobilidade e Transportes  
**DGMT** – Divisão Municipal de Gestão da Mobilidade e Tráfego  
**DPMPT** – Divisão Municipal de Planeamento Mobilidade e Transportes  
**DMIV** - Divisão Municipal de Infraestruturas Viárias  
**DMST** - Divisão Municipal de Sinalização e Trânsito

Figura 1- Organograma da Direção Municipal de Mobilidade e Transporte. Fonte extraído do Portal Colaborador da CMP

## 1.2 Objetivos

O estágio baseou-se na concretização de três objetivos principais: (1) analisar a base de dados geográfica de sinais de trânsito já existente e avaliar a exatidão da posição dos sinais de trânsito, (2) no levantamento de coordenadas rigorosas dos sinais com um equipamento GNSS adquirido durante o período do estágio, (3) na implementação de métodos para obtenção de coordenadas quando não fosse possível com o equipamento GNSS.

A ideia inicial do estágio era arranjar técnicas em que fosse possível editar, em tempo real, as coordenadas existentes dos sinais de trânsito que foram obtidos por meios pouco precisos de levantamento.

Uma das técnicas já existentes para edição de pontos em tempo real consiste num recetor GNSS / RTK que faz ligação a um dispositivo móvel *android*. Esses equipamentos permitem que o recetor GNSS faça a ligação ao dispositivo móvel via *Bluetooth* a partir de um *software*. Essas técnicas além de serem mais precisas são mais rápidas e reduzem a quantidade de equipamentos e mão de obra.

A primeira parte do trabalho consistiu no levantamento das coordenadas dos sinais de trânsito e na avaliação da cobertura de sinal de algumas zonas do Porto. Os dados foram tratados com uso do *software ArcGis* que foi disponibilizado pela entidade.

Relativamente à segunda parte do trabalho - implementação de um método para obtenção das coordenadas – o método consistiu na intersecção direta com medição de distâncias, utilizando distanciómetro.

## 1.3 Estrutura do relatório

Este relatório encontra-se dividido em várias partes, constituindo cada uma delas um capítulo que, no seu conjunto, se consideram essenciais para a perceção dos trabalhos desenvolvidos no decorrer do estágio.

No capítulo 1 é efetuado um enquadramento da entidade e os objetivos do estágio.

No capítulo 2 é feita uma abordagem teórica aos vários temas abordados ao longo do estágio.

No capítulo 3 é apresentado o enquadramento geográfico do concelho, incluindo o projeto IGVP do município, onde decorreram os trabalhos do estágio.

No capítulo 4, são demonstrados os equipamentos utilizados.

No capítulo 5 são apresentadas as metodologias de trabalho de campo e por fim no capítulo 6, são apresentadas as conclusões e considerações finais.

## Capítulo 2

# 2 Conceitos teóricos associados aos trabalhos

## 2.1 Terra e suas formas

O interesse do homem para conhecer o mundo iniciou com as viagens pelos continentes e mares, com a intenção de conhecer a forma, dimensões e composições da terra. Muito cedo, os gregos nas suas especulações foram considerar a terra como um disco plano, até que Pitágoras considerou a terra esférica, ideia que foi mais tarde apoiada por Aristóteles. Entretanto, as especulações continuaram até o século XVI e XVII [2] quando aparecerem cientistas utilizando processos bem desenvolvidos para estudar a forma da terra. Nessa altura, surgiu polémicas entre franceses e ingleses, acerca do achatamento da terra, uns defendiam que a terra era achatada no equador e outros nos polos. Após várias medidas feitas do comprimento do arco do meridiano, concluíram que a terra era achatada nos polos, tal como Newton defendia.

À medida que se avançava com as técnicas de medição, tornou-se importante definir com maior exatidão a forma da terra.

## 2.2 Superfície de Referência

Para a representação do terreno, distingue-se a planimetria (representação dos pormenores do terreno) da altimetria (representação do relevo do terreno) mas para representar a planimetria e a altimetria é necessário adotar uma superfície de referência.

Superfície de referência é uma superfície teórica, destinada a servir de modelo à superfície da terra. Tendo em conta ao fim a que se destinam, podem ser: superfície de referência geodésica, que é um modelo com forma e dimensões tao próximas quanto possível da terra (normalmente utiliza-se um elipsoide de revolução) nessas superfícies é que são definidas as coordenadas geográficas. E a superfície de referência cartográfica, que é um modelo da superfície da terra, onde se realizam os cálculos destinados a construir as projeções cartográficas. Podem ser utilizadas, o plano a esfera e o elipsoide de revolução [3].

### 2.2.1 Geoide

Se a água dos oceanos estivesse sempre parada e em iguais condições físicas, em toda a sua dimensão, a sua superfície tomaria a forma de uma superfície de nível também designada de superfície equipotencial<sup>1</sup>. Devido às marés e à ondulação, a água dos oceanos não é estável. Uma superfície teórica aproximadamente coincidente com o nível médio do mar e que, em todos os seus pontos é perpendicular à direção do fio do prumo, é o Geoide (referência para a medição de altitudes). Por ser uma superfície equipotencial do campo gravítico terrestre considera-se a sua existência em qualquer ponto, principalmente sob os continentes.

O Geoide é uma superfície equipotencial do campo gravítico terrestre que melhor representa o nível médio dos oceanos, (não é utilizado como superfície de referência na determinação de posições planimétricas, apenas na altimetria) mas a sua representação matemática é difícil devido às irregularidades da distribuição de massa no interior da terra. No entanto sabe-se que a sua forma é bastante próxima da superfície de um elipsoide de revolução, diferido dela devido à existência de ondulações distribuídas de forma desigual. Essa aproximação do geoide ao elipsoide apresenta distâncias que não excede os 100 metros. Ao ângulo formado pela vertical do lugar e pela normal ao elipsoide chama-se desvio da vertical (figura 2).

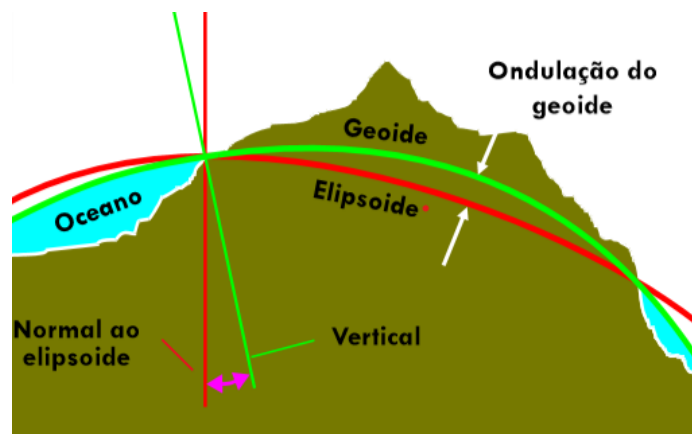


Figura 2- superfície de referência. fonte: [6]

### 2.2.2 Elipsoide de Revolução

Devido a complexidade do geoide, utiliza-se como superfície de referência um elipsoide de revolução. Um elipsoide de revolução é a figura que é obtida pela rotação da elipse

<sup>1</sup> Superfície equipotencial do campo gravítico terrestre, são superfícies cujos pontos tem o mesmo potencial gravítico.  $W(x, y, z) = \text{constante}$ .

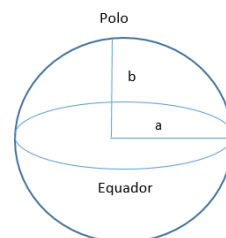
em torno do seu eixo menor, fica completamente definido por dois parâmetros: achatamento e semieixo maior.

A forma é definida pelo achatamento, que indica o quanto o elipsoide se aproxima da forma de uma esfera. E as dimensões são representadas pelo semieixo maior (a).

***f**: achatamento; **a**: semieixo maior; **b**: semieixo menor; **e**: excentricidade*

$$f = \frac{a - b}{a}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$



A utilização de um elipsoide como superfície de referência requer a definição da sua dimensão e da sua posição, ou seja, para escolher um elipsoide é necessário ter em consideração a região que se pretende representar.

Ao longo da história da Geodesia tentou-se determinar o elipsoide que melhor representava a forma do geoide, por exemplo: *Bessel 1841*, *Clarke 1880*, *International 1909- Hayford*, *WGS72*, *WGS84*. O elipsoide mais conhecido atualmente é o elipsoide que baseia no sistema GPS, o WGS-84 (*World Geodetic System 1984*) [4].

*Tabela 1. Dimensões de alguns elipsoides. Adaptado [4]*

Elipsoide	Semieixo maior (a)	Achatamento (f)	Semieixo menor (b)
<b>Bessel 1841</b>	6377397,155 m	299,1528128	6356078,963 m
<b>Clarke 1880</b>	6378206,145 m	293,4663	6356514,966 m
<b>International 1909 (Hayford)</b>	6378,388 m	297	6356911,946 m
<b>WGS72</b>	6378,135 m	298,26	6356750,520 m
<b>WGS84</b>	6378,137 m	298,2572235	6356752,314 m

### 2.2.3 Datum geodésico

Após a escolha do elipsoide, este é posicionado de forma a ajustar-se melhor a uma pequena zona do geoide ou a todo o geoide, dando assim origem a um *datum*<sup>2</sup> *geodésico local* ou *datum global*, respetivamente. Um datum global geocêntrico, tal como os atualmente em vigor, é definido em relação ao sistema terrestre médio por um vetor de translação (X, Y, Z) e por três ângulos de rotação, tão pequenos quanto possível para garantir que os eixos do referencial do sistema permaneçam aproximadamente paralelos ao sistema terrestre médio [5].

No caso do *datum geodésico local*, usado no passado e atualmente considerado obsoleto, era necessária a definição de seis parâmetros<sup>3</sup> ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $N_0$ ,  $\alpha_g$ ), além dos dois parâmetros definidos anteriormente (achatamento e semieixo maior), para o posicionamento do elipsoide. A escolha era feita impondo em geral a igualdade entre as coordenadas astronómicas e geodésicas do ponto origem do *datum* ou ponto astronómico fundamental, sendo assim coincidentes o sistema astronómico local e o sistema geodésico local neste ponto.

Num datum global a posição do elipsoide é escolhida de modo a fazer corresponder a origem (0,0,0) do sistema com o centro de massa da terra e que o eixo da terra coincida com o eixo menor do elipsoide, minimizando globalmente as oscilações do geoide. Os data geodésicos globais são da responsabilidade de organizações internacionais destinado a servir de suporte a sistemas geodésicos, cartográficos ou de posicionamento globais

Enquanto que um datum geodésico local, tal como já foi referido, é estabelecido quando o geoide e o elipsoide coincidem e são tangentes entre si num ponto (figura 3). A esse ponto é designado de Ponto Astronómico Fundamental (PAF).

Num ponto onde é realizada a observação astronómica, medem-se as coordenadas ( $\varphi_A$ ,  $\lambda_A$ ) e consideram-se fixos o geoide e o elipsoide. No ponto onde o geoide e o elipsoide estão fixos, a ondulação do geoide e as componentes do desvio da vertical<sup>4</sup> são nulas. Depois de fixar as duas direções, existe ainda um grau de liberdade que permite a

---

<sup>2</sup> Data plural de *datum*. Em Geodesia *datum* é utilizado para definir o conjunto dos parâmetros que constituem a referência de um determinado sistema de coordenadas geográficas ou altimétricas.

<sup>3</sup> Componente do desvio da vertical segundo o meridiano ( $\xi$ ), primeiro vertical ( $\eta$ ), latitude geodésica ( $\varphi$ ), longitude geodésica ( $\lambda$ ), ondulação do geoide (N), Azimute de uma direção ( $\alpha$ ).

<sup>4</sup> ângulo que a direção da vertical faz com a direção da normal ao elipsoide.

rotação de uma superfície à outra. Com o objetivo de fixar definitivamente o elipsoide, mede-se também o azimute astronómico ( $\alpha_A$ ).

Após essas fixações teremos para o PAF a definição do datum geodésico local a partir das seguintes condições:

A direção da vertical coincide, no PAF, com a direção da normal ao elipsoide.

- $\varphi_G = \varphi_A$  (Latitude geodésica= Latitude astronómicas)
- $\lambda_G = \lambda_A$  (Longitude geodésica= Longitude astronómicas)

O azimute geodésico de uma direção predefinida é igual ao azimute astronómico (observado) da mesma direção.

- $\alpha_G = \alpha_A$  (Azimute geodésico= Azimute astronómico)

O elipsoide, no PAF, é tangente ao geoide

- $N = 0$  (Ondulação do geoide= 0)

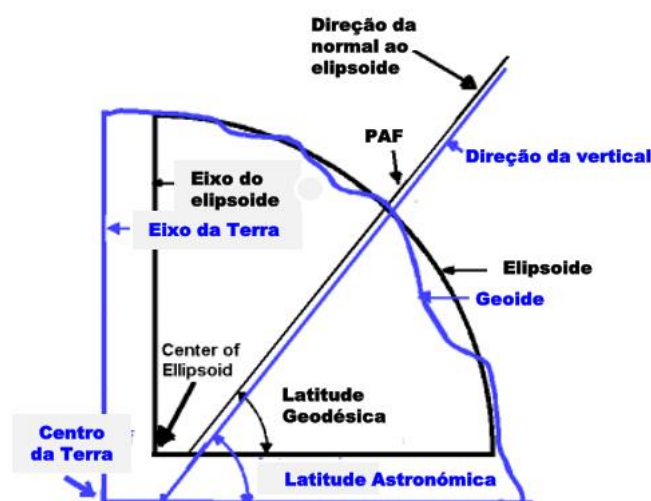


Figura 3- orientação do datum local. Fonte: [6]

O objetivo prático de um *datum* geodésico local, consiste em estabelecer uma rede geodésica por métodos de posicionamento geodésico, para fins cartográficos. Estes são geralmente estabelecidos pelas autoridades geodésicas nacionais.



#### 2.2.4 Rede Geodésica

Depois de estabelecer o *datum* geodésico (ponto inicial), é necessário estabelecer um conjunto de outros pontos de referência, marcos geodésicos, que definem uma rede triangular. O processo consiste em conhecer as coordenadas geodésicas do ponto de origem, o azimute geodésico de uma direção predefinida e o comprimento de uma base, as coordenadas de outros vértices são assim determinadas.

Estas redes são constituídos por pontos unidos uns aos outros, formando polígonos de lados muito grandes, que na maior parte são triângulos. Em geral têm o aspeto de uma malha triangular devido ao método utilizado na determinação de coordenadas dos seus vértices (medição de ângulos horizontais dos triângulos da malha). Em Portugal a rede geodésica encontra-se dividida em três ordens. Os vértices de primeira ordem encontram-se distribuídos numa grande malha triangular, com lados que medem de 30 a 60 km. Os vértices de segunda ordem são sinalizados por bolembreanos<sup>5</sup> (figura 4), com faixas pretas a envolver os cilindros, espaçadas entre si de 20 a 60 km. Os vértices de terceira ordem são semelhantes aos anteriores, mas não possuem a faixa preta, encontram-se espaçadas entre si de 5 a 10 km [3].

O resultado do processamento da triangulação geodésica é uma lista das coordenadas de todos os marcos naquele *datum* geodésico.



Figura 4- Da esquerda para a direita: Luzim vértice 1º ordem (Penafiel), Maravilha 2º ordem (Torres Vedras). Fonte: [6]

---

<sup>5</sup> Bolembreano (nome segundo a povoação de Bolendre no concelho de Sintra, onde foram introduzidos primeiro) consiste num tronco de cone sobre uma base cilíndrica.

### 2.2.5 Data geodésicos portugueses

Em Portugal Continental utilizou-se durante bastante tempo o *datum* Lisboa, este que foi o primeiro *datum* geodésico nacional estabelecido no século XVIII, baseado no elipsoide de *Puissant*, fixado no observatório Astronómico do Castelo de São Jorge (Lisboa). No século XIX foi adotado o elipsoide *Hayford* com o seu PAF aproximadamente no mesmo marco geodésico [3]. Por métodos astronómicos foram determinadas as coordenadas desse ponto e o azimute em Serves. A projeção utilizada para fins cartográficos é a projeção de *Gauss- Kruger* e as coordenadas cartográficas são designadas de coordenadas *Hayford- Gauss- datum* Lisboa (HG-DLx). Com a necessidade de ter um ponto de fixação no centro do país surge um novo *datum*, o *datum* 73, estabelecido na década de 70, com o PAF no vértice geodésico Melriça. Este *datum* também tem como elipsoide associado o *Hayford* e a projeção *Gauss-Kruger* para a cartografia. As coordenadas cartográficas resultantes designam-se por coordenadas *Hayford- Gauss- D73* (HG-D73).

Um *datum* geodésico interveniente na cartografia nacional é também o *datum* Europeu (ED50), utilizado no sistema UTM, com o ponto fixação em Potsdam na Alemanha. Os cálculos unificados de todas as redes geodésicas europeias foram sobre o elipsoide de *Hayford*. Devido à popularidade dos sistemas de navegação por satélite, começaram a utilizar muito os sistemas de coordenadas baseadas em data globais, como o WGS84 e na Europa o ETRS89, que é coincidente com o WGS84 em 1989. Em Portugal o IGP adotou o sistema ETRS89 como *datum* geodésico de base nacional, substituindo o *datum* 73 e o *datum* Lisboa.

ETRS89 é um sistema modelo de coordenadas GNSS de precisão na Europa, sugerido pela EUREF (*European Reference Frame*, subcomissão da Associação internacional de Geodesia -IAG) [6].

Nos anos 80, como o sistema de referência global mais preciso e disponível era o Sistema Internacional de Referência Terrestre (*ITRS*)<sup>6</sup> [7], supervisionado pelo serviço Internacional de Sistemas de Referência e rotação da terra - *IERS*, no simpósio ocorrido em Itália em 1990 foi então decidido que o sistema a ser adotado pela EUREF deveria coincidir com o ITRS na época 1989.0, fixado à parte estável da placa Euro-asiática, ou seja, as coordenadas não estão sujeitas a variações devidas à deriva continental. Este

---

<sup>6</sup> ITRS é um sistema de referência espacial mundial com origem no centro de massa da terra incluindo a massa dos oceanos e da atmosfera. A orientação é definida pela direção do polo médio- *IERS Reference Pole* e do meridiano de referência- *IERS Reference Meridian* inicialmente a orientação era dada pelo BIH em 1984.0.

sistema, acessível através da Rede GNSS Permanente de Estações *EUREF* (*Euref Permanent Network- EPN*) foi adotado pelo DGT.

Uma das grandes vantagens na utilização deste sistema, consiste numa maior facilidade de utilização do sistema GPS para fins cartográficos e na maior compatibilidade da cartografia de diferentes países [4].

As coordenadas no ETRS89 podem ser dadas como coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) para converter para coordenadas elipsoidais ( $\Phi$ ,  $\lambda$ , H, h) será necessário um elipsoide, com altitude elipsoidal baseada no elipsoide GRS80.

## PT-TM06 / ETRS89 - European Terrestrial Reference System 1989

Com o objetivo de ligar a rede portuguesa à rede europeia, foi estabelecido o ETRS89 em Portugal Continental com base em campanhas internacionais realizadas nos anos (1989, 1995 e 1997). Nos anos seguintes toda a Rede Geodésica de 1º e 2º ordem do Continente foi observada com uso do GPS, com o seu ajustamento realizado fixando as coordenadas dos pontos estacionados em campanhas internacionais anteriores [8].

A agência *EuroGeographics* recomenda a utilização das projeções Transversa de Mercator para escalas superiores a 1/500000 e Cônica Lambert (com dois paralelos de escala conservada) para escalas inferiores a 1/500000.

Desde 2006 a DGT adotou para o Território Continental os parâmetros da projeção Transversa de Mercator da tabela 2.

*Tabela 2-Parâmetros da projeção Transversa de Mercator. [8]*

<b>Datum</b>	<b>Elipsoide</b>	<b>Projeção</b>	<b>Long. Meridiano Central</b>	<b>Lat. Ponto Central</b>
<b>ETRS89</b>	GRS80	Transversa Mercator	8°07'59.19" W	39°40'05.73" N

O Instituto Geográfico do Exército (IGeoE) também adotou o sistema de coordenadas usado na elaboração da serie cartográfica 1/25000. Com a nova projeção semelhante à TM06, diferindo apenas no fato de usar translação de origem em X de 200 km e em Y de 300 km [8].

### 2.2.6 *Datum* vertical

Para além das coordenadas planimétricas, é necessário conhecer uma terceira coordenada, referente à componente altimétrica, para que a posição de um ponto fique bem definido. Um *datum* vertical é um nível convencional relativamente ao qual são medidas as altitudes e as profundidades. Quando o conceito é de altitude, que consiste na distância medida ao longo da direção da vertical entre o ponto e uma superfície de referência, a superfície utilizada pode ser um geoide ou um elipsoide. No caso das profundidades a referência é o zero hidrográfico, o qual se situa abaixo do nível médio do mar. Em Portugal Continental, o *datum* altimétrico para referir as altitudes e profundidades é materializado por uma marca junto ao maregrafo de cascais, com o zero hidrográfico cerca de 2 m abaixo do nível médio do mar.

### 2.2.7 Sistemas projeções em Portugal

Um sistema de projeção cartográfica consiste num conjunto formado por um *datum* geodésico, um ponto central, um fator de escala e uma origem para as coordenadas cartográficas. Ao nível de projeções, foram utilizadas diversas em Portugal, desde a projeção de Bessel-Bonne, projeção de Hayford- Gauss e ao sistema UTM. A mais utilizada em Portugal é a projeção Transversa de mercator (TM), designada de projeção de Gauss ou de Gauss-Kruger, essa projeção foi usada para projetar as coordenadas do DLX, D73 e do *datum* ETRS89. O IGeoE utiliza para a cartografia (escala 1/25000) um sistema semelhante que difere apenas na aplicação de uma translação de origem em X 200 km e em Y 300 km, designado de *Hayford- Gauss Militar*.

## 2.3 Transformação entre Data

A conversão entre diferentes tipos de coordenadas num mesmo *datum* é exata, ou seja, a passagem de coordenadas cartesianas tridimensionais para coordenadas geodésicas e vice-versa não é afetada por qualquer incerteza [5]. Já a transformação, entre *data* diferente implica algum erro, que depende do método de transformação, os pontos referenciados em ambos os sistemas, entre outros.

Transformação de *datum*, consiste em calcular as coordenadas de um ponto, num determinado *datum*, para outro diferente. A transformação de *datum* implica uma translação do sistema de eixos associado ao elipsoide utilizado. Para se definir um

*datum* é necessário conhecer o elipsoide utilizado e qual a sua posição em relação a um sistema global intermedio.

Os softwares SIG permitem transformar as coordenadas geográficas dos diferentes *data* locais, de e para um *datum* global, o mais frequente é a transformação de *Bursa-Wolf*, trata-se de uma transformação em coordenadas cartesianas tridimensionais, usando 7 parâmetros para conversão de *datum* [9]. A DGT determina e disponibiliza também no seu site [8], para cada *datum* local, os parâmetros de transformação para um *datum* global.

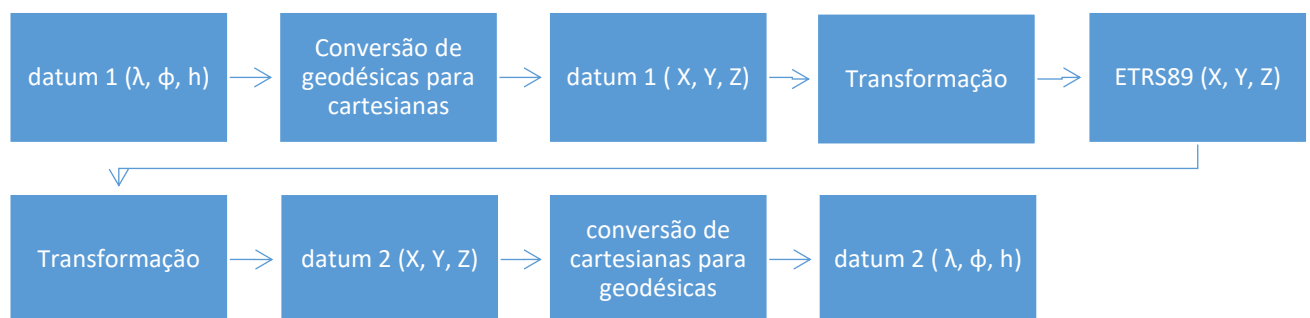


Figura 5-Transformação de datum

Existem alguns métodos de transformação de coordenadas em que a escolha do método depende das coordenadas iniciais e da área a cobrir. Para a transformação usando coordenadas cartesianas terrestre temos a transformação de 3 a 7 parâmetros. Para coordenadas geodésicas temos a transformação de *Molodesnky* e grelhas de diferenças. Para as coordenadas cartográficas temos a transformada polinomial.

As coordenadas dos sinais de trânsito, da base de dados, encontravam-se no sistema *Datum 73*, as coordenadas levantadas pelo equipamento GNSS são dadas em ETRS89, assim, foi necessário fazer uma transformação entre *data*. Para a transformação escolheu-se o método de grelhas de diferenças de coordenadas por se tratar de um standard aceite por muitos programas [10]. Existem outras alternativas de transformações rigorosas entre um *datum* local e o *datum* global, mas a sua implementação num software SIG é complexo.

O método de grelhas de diferenças em Portugal foi criado pelo prof. José Alberto Gonçalves. A partir de 940 pontos<sup>7</sup> das redes geodésicas de 1ª e 2ª ordem, cujas coordenadas projetadas foram disponibilizadas pelo DGT, com esses pontos calculou as diferenças de longitude e latitudes por método de interpolação de um *datum* local para ETRS89.

### **Grelhas no formato NTv2 (National Transformation Version 2)**

Depois do método de grelhas de diferenças de coordenadas, o prof José Alberto procedeu a uma interpolação espacial com a técnica de Krigagem. Criou grelhas com espaçamento de 1 décimo de grau [10], por apresentar uma densidade semelhante à dos pontos da rede geodésica e de ser o espaçamento utilizado em grelhas de outros países, depois essas grelhas foram adaptadas ao formato *NTv2* em ficheiros binários com extensão *GSB*. O formato *GSB* é admitido por diferentes programas como por exemplo: o PROJ.4, FWTools, QGIS o ArcGIS etc.

A DGT também disponibilizou na página, grelhas de transformação de coordenadas. Para a elaboração das grelhas foram utilizados 1129 vértices da Rede Geodésica Nacional (RGN) observados com GPS. Por interpolação de Kriging com espaçamento de 1',2 foram geradas as grelhas de diferenças. Para estimar a precisão da transformação (EMQ=0.06m para D73 e EMQ=0.09 para DLx) foram utilizados 130 vértices geodésicos observados com GPS que não entraram no cálculo das grelhas [8].

---

<sup>7</sup> Esses 940 pontos apresentavam uma distribuição muito uniforme pelo país, com uma densidade média de 1 ponto por 95 km<sup>2</sup>

## 2.4 Métodos de aquisição da informação Geográfica

Um levantamento topográfico consiste em recolher informações necessárias para elaboração de plantas ou cartas topográficas. A recolha de informações, pode ser feita através dos métodos clássicos de topografia medindo ângulos e distâncias recorrendo a instrumentos como teodolitos, estações totais, níveis e distanciômetros, nos métodos fotogramétricos medindo coordenadas tridimensionais sobre pares estereoscópicos a partir de fotografias obtidas por meios aéreos (avião, Vant, satélite) e por equipamentos GNSS (recetores GPS, GLONASS etc.). nesse capítulo será abordado apenas os meios de aquisição por métodos de topografia e equipamentos GNSS.

### 2.4.1 Sistemas de coordenadas utilizadas na Cartografia e na Topografia

Um sistema de coordenadas é um meio de referenciar posições no espaço através de medidas de comprimentos, ângulos, ou de ambos, tomadas a partir de origens determinadas [3]. Para conhecer a posição de um determinado ponto, precisamos ter acesso às coordenadas num dado sistema bem definido. A Geodesia e a Cartografia Matemática são duas disciplinas que, na área de Engenharia Geográfica, contribuem para o estudo dos sistemas de referência geográfica. A Geodesia estuda a forma e dimensões da Terra, incluindo o seu campo gravítico. Utiliza técnicas de medição terrestre e espaciais para determinar os referenciais geodésicos onde determina todas as medidas e representações da Terra. A cartografia Matemática estuda as projeções cartográficas, ou seja, as transformações matemáticas que dão origem a sistemas de coordenadas retangulares planas [4]. Os sistemas de coordenadas podem ser definidos em sistemas de coordenadas planas, aplicáveis às representações planas da superfície terrestre, e em sistemas de coordenadas geográficas, aplicáveis aos seus modelos tridimensionais, a esfera e o elipsoide de revolução.

As coordenadas astronómicas ou naturais apoiam em referências naturais à superfície terrestre. Com base em posições dos astros e em observações astronómicas, podemos obter as grandezas: latitude astronómica, longitude astronómica e altitude ortométrica. As coordenadas cartesianas tridimensionais baseiam-se em sistemas de eixos com origem próxima ao centro de massa da terra e com um dos eixos orientado segundo o eixo de rotação da terra [5], sendo a posição de um ponto definida por três coordenadas ( X, Y, Z). As coordenadas geodésicas, são definidas com recurso a uma superfície auxiliar elipsoidal posicionada em função de um sistema de coordenadas cartesianas

tridimensional ou astronómicas. A latitude é definida de forma análoga ao plano equatorial do elipsoide e a longitude de forma análoga a um meridiano convencionado. Já a altitude elipsoidal é medida segundo a normal ao elipsoide. Já as coordenadas cartográficas surgem a partir das coordenadas geodésicas que, por intermédio de um sistema de projeção cartográfica, ao qual se associa um sistema de coordenadas cartesianas bidimensionais, transformam-se em coordenadas cartográficas.

#### 2.4.2 Métodos clássicos da Topografia

Pode-se definir topografia como a ciência e técnica que representa a forma, a dimensão e posição relativa das características de um terreno. A topografia também se ocupa de outras tarefas como a representação de um local baseando-se na geometria e trigonometria plana. O principal objetivo de um levantamento topográfico numa determinada área, utilizando uma metodologia e os equipamentos adequados, é adquirir com a devida precisão os pontos que possibilitam a elaboração de plantas cartográficas.

Um levantamento topográfico com os métodos clássicos da Topografia representa um conjunto de procedimentos e técnicas onde, medindo ângulos (horizontais e verticais) e distâncias (horizontais, verticais e inclinadas) com auxílio de teodolitos/ estações totais, níveis e distanciômetros definimos os pontos no terreno determinando as suas coordenadas topográficas e cotas (pontos cotados). Essas coordenadas poderão pertencer a referenciais locais, regionais ou nacionais, dizendo-se neste último caso, que estão ligadas à rede.

A obtenção de coordenadas de pontos ligadas à rede pode ser um objetivo em si mesmo ou pode estar ligada a um processo de criação de uma rede local para apoios topográficos. Estas redes de apoio topográfico resultam de um adensamento da rede geodésica, nos locais onde é necessário, usando métodos como irradiação, triangulação, interseção e poligonais.

um dos métodos utilizados no estágio para obtenção de coordenadas em zonas onde o acesso ao sinal GPS não era boa, baseia-se na coordenação de pontos por interseção direta medindo distâncias. utiliza-se o método de interseção, quando se pretende determinar um conjunto pequeno, de pontos isolados. Nas interseções fazem-se medidas de ângulos ou medidas de distâncias. Para ângulos, utiliza-se teodolitos (taqueómetros ou estações totais) e efetuam-se leituras nas posições direta e inversa da luneta, conjugando-as com leituras progressivas e regressivas. Essas medidas permitem eliminar erros instrumentais que influenciam o rigor das coordenadas



calculadas [4]. Existem três tipos de interseções: diretas, laterais e inversa. Na interseção direta estaciona-se em pontos de coordenadas conhecidas e visa-se o ponto cujo a coordenada pretende-se determinar. Nas laterais, idêntica às diretas com a diferença de que um dos pontos estacionados é o que se pretende determinar a coordenada. As Inversas, estaciona-se num ponto de coordenadas a determinar e visa-se os pontos cujo coordenadas são conhecidas. O processo de obtenção de coordenadas através de interseção direta, medindo distâncias, é baseado no método de transporte de coordenadas, tendo em consideração a seguinte figura 6.

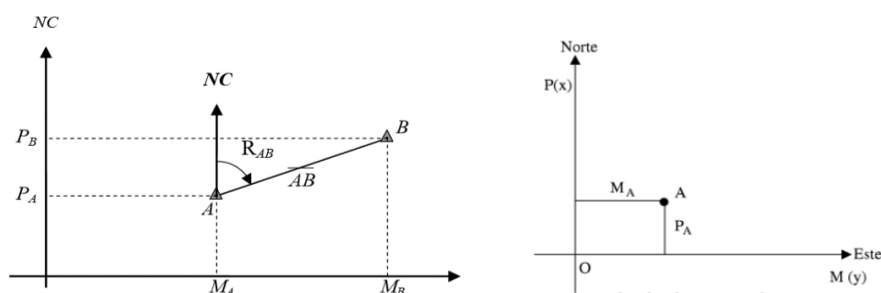


Figura 6- Transporte de coordenadas. Fonte: [11]

Em Topografia, utilizam-se coordenadas planas horizontais para definir a posição relativa dos diversos pontos numa planta ou carta [11]. O referencial é definido como um sistema de eixos ortogonais (O, M, P) com origem em O (figura 6). O eixo OP (Meridiana) encontra-se orientado positivamente segundo a direção do Norte Cartográfico e o eixo OM perpendicular a OP orientado positivamente para Este.

A direção do Norte é uma direção horizontal bastante importante, que pode ter diferentes definições. O Norte geográfico tem a direção do meridiano do lugar, direção ao longo de um círculo máximo até o polo norte, convergindo assim, todos os meridianos nesse ponto. A determinação e materialização desta direção no terreno é feita recorrendo a observações astronómicas já o Norte cartográfico é a projeção do meridiano central, ou Meridiana, que resulta da projeção cartográfica que consiste em projetar a superfície curva da terra num plano, e o Norte magnético é definida pela orientação de uma agulha magnética em suspensão livre.

Conhecidas as coordenadas de dois pontos e as distâncias desses pontos até o alvo, as coordenadas do alvo podem ser obtidas por transporte de coordenadas.

Primeiro determina-se os ângulos internos aplicando o teorema de *carnot*, onde de um triângulo qualquer, o quadrado do comprimento de um lado pode ser igual à soma dos quadrados dos outros dois lados diminuída do dobro do produto desses lados pelo cosseno do ângulo entre eles (Eq.1).

Equação 1

$$D2^2 = D3^2 + D1^2 - 2 \times D3 \times D1 \times \cos\beta$$

$$D3^2 = D2^2 + D1^2 - 2 \times D2 \times D1 \times \cos\alpha$$

$$D1^2 = D2^2 + D3^2 - 2 \times D2 \times D3 \times \cos\theta$$

De seguida, conhecendo as coordenadas de dois pontos, pode-se determinar o rumo inicial (Eq.2) entre as duas direções.

Equação 2

$$R_{AB} = \arctan \frac{MB - MA}{PB - PA}$$

O rumo calculado deve ser reduzido ao quadrante correto [12]. Para isso é necessário efetuar a análise dos sinais (numerador e denominador) da fração,  $\frac{\Delta M}{\Delta P}$ . Adiciona-se 200 graus ao valor dos ângulos do 2º e 3º Q. ângulos no 4ºQ adiciona-se 400 graus para que o rumo resultante esteja contido no intervalo [0, 400[grados (figura 7).

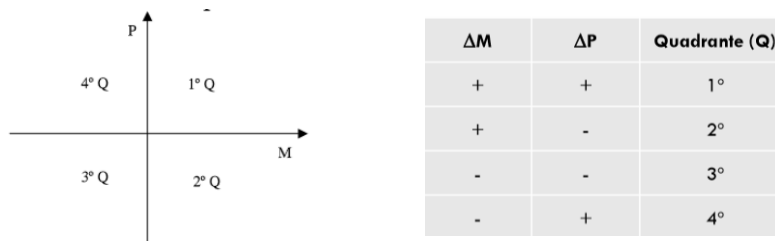


Figura 7- avaliação do quadrante a que pertence o rumo. [12]

Finalmente, com todos os rumos calculados, procede-se ao cálculo das coordenadas a partir da (Eq. 3).

*Equação 3*

$$M_{alvo} = M_A + \overline{A_{alvo}} \sin (R_{A_{alvo}})$$

$$P_{alvo} = P_A + \overline{A_{alvo}} \cos (R_{A_{alvo}})$$

Todos os processos que envolvam medições estão sujeitos a erros de medição [4]. Os erros de observação podem dividir-se em três categorias: grosseiros, sistemáticos e acidentais ou aleatórios.

Os erros grosseiros são os erros causados pela falta de cuidado do observador, um engano numa leitura ou registo pode propagar-se gerando ainda mais erros. Esses erros podem ser eliminados fazendo observações rigorosas ou fazendo medidas repetidas.

Os erros que resultam de uma causa definida são chamados de erros sistemáticos, ou seja, seguem uma determinada lei e afetam o resultado sempre do mesmo modo. Quando o erro atua num determinado sentido e mantém um valor constante, estamos perante um erro sistemático constante, por exemplo, numa medida com um distanciómetro não considerar o valor da constante do prisma. Caso contrário se o erro variar no valor, chamamos de erro sistemático variável, como é o caso de erros realizados na medição de um ângulo cujo eixo de rotação não coincide com o centro das divisões do limbo. Esses erros podem ser evitados ou minimizados eliminando as suas causas, como por exemplo: calibrar os aparelhos antes do seu uso ou utilizando técnicas de medições próprias.

Temos ainda aqueles erros de causas complexas que não podem ser eliminados por retificação do instrumento ou por combinação de leituras são os erros acidentais ou aleatórios. Esses erros não seguem nenhum tipo de lei, ocorrem tanto num sentido como no outro, ao contrário dos erros sistemáticos que produzem no mesmo sentido. Quando estamos perante uma amostra elevada, esses erros seguem uma distribuição próxima da distribuição normal.

### 2.4.3 GNSS – Global navigation Satellite System

GNSS são sistemas baseado em satélites que emitem sinais radio para a terra com informações de tempo. Os sinais enviados são captados por recetores em terra que os processam com o objetivo de determinar a sua posição para fins de navegação.

Atualmente há vários sistemas GNSS em que cada constelação de satélites é distribuída de forma a fornecer serviços em todo o mundo. O GNSS fornece uma cobertura global que incluem o Galileo da Europa, o GPS da NAVSTAR dos EUA, o GLONASS da Rússia e o BeiDou da China. Na figura 8 estão alguns satélites GNSS, no topo, da esquerda para a direita está o satélite GPS IIR-M e o Glonass-M, em baixo da esquerda para a direita, o Galileo IOV e o Beidou-M. O GPS tem sido o sistema de posicionamento mais conhecido e utilizado na aquisição de informação georreferenciada, durante os trabalhos de levantamento foi o único sistema a ser utilizado.

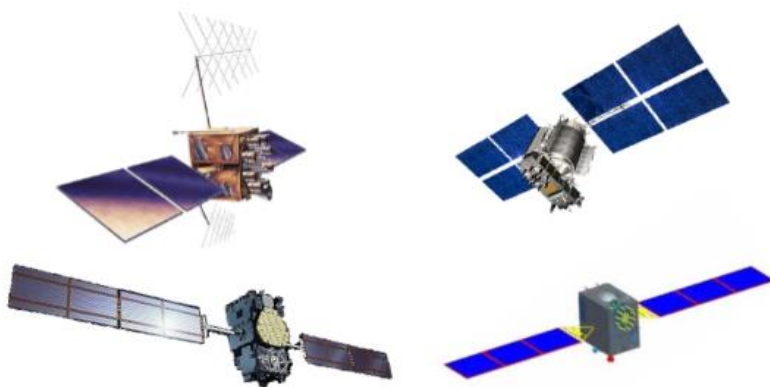


Figura 8- Satélites GNSS. Fonte [13]

O GPS foi desenvolvido pelo Departamento de Defesa (DOD) dos EUA em 1973, é também designado pelo acrónimo NAVSTAR (*Navigation System with Timing And Ranging*) veio substituir o sistema TRANSIT iniciado em 1958. Baseia-se na medição de distâncias entre três satélites e o utilizador, no entanto, a medição de mais uma distância permite obter informações de tempo. O sistema é composto por três segmentos (figura 9): Segmento espacial que consiste na constelação de satélites que transmitem os sinais codificados e a mensagem de navegação, no segmento de controlo onde as estações de controle e monitorização fazem o seguimento dos satélites para os acertos das orbitas e dos relógios e segmento do utilizador constituído por recetores, antenas GPS e software que permitem receber sinais GPS, decodificando-os e processando-os, para calcular a posição, velocidade e tempo do utilizador.

A componente espacial do sistema GPS contém 24 satélites e seis planos orbitais espaçados de igual forma em torno do equador, com uma inclinação de  $55^\circ$  relativamente ao equador e um período de 11 horas 58 minutos e 2 segundos. A altitude acima do elipsoide é de aproximadamente 20200 km [13].

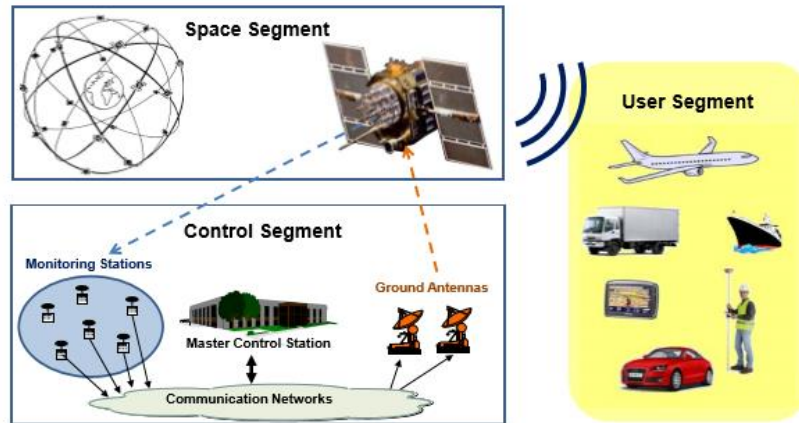


Figura 9- Arquitetura do GPS. Fonte [13]

São emitidas nos sinais três ondas portadoras na banda L. L1 modulada pelos códigos C/A (Coarse acquisition - uso civil), P (Precise- uso militar) e a mensagem de navegação. L2 modulada só pelo código P e pela mensagem de navegação. Com a modernização do sistema GPS surgiram três novos sinais, o L2C (sinal melhorado do L1 C/A, permite a correção de erros ionosféricos ao utilizador civil), L5 e o código M (exclusivo para uso militar). As portadoras L1 e L2 transmitem uma mensagem de navegação de 1500 bits com uma cadência de 50 bits/ segundo onde é dada a posição e o estado de funcionamento de cada satélite. Os sinais do GPS no total contabilizam 8 sinais: L1 C/A, C, P(Y) e o código M; L2C, P(Y) e código M e L5.

### 2.4.3.1 Origem de erros nas distâncias

O posicionamento GPS está sujeito a degradações provocadas por diversas fontes de erros. Erros no tempo transmitido (erros de relógio dos satélites), erros na localização transmitida dos satélites (erros nas efemérides), erros nas correções à pseudo-distância devido a efeitos ionosféricos (erros na ionosfera), erros nas correções à pseudo-distância devido aos efeitos troposféricos (erros na troposfera), erros na medida de distância devido ao erro do relógio, ruído interno e software (erros relógio do recetor) e erros na medida de distâncias devido aos sinais refletidos (Multicaminho).

As reflexões do sinal geram o erro multicaminho, um erro difícil de eliminar. Dependendo do atraso, o recetor nem sempre consegue distinguir entre um sinal direto e um sinal refletido [14] (figura 10). Este erro depende muito das condições que envolvem a antena do recetor e do tipo de antena utilizado. Melhoramentos a nível de *hardware* e *firmware* permitem reduzir o erro de multicaminho. Um dos erros que mais afetaram os trabalhos de campo foi o erro de multicaminho.

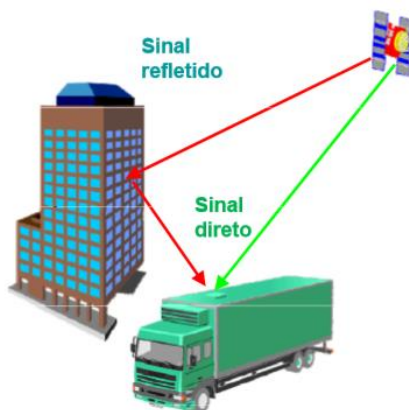


Figura 10- Erro multicaminho. Fonte [14]

### 2.4.3.2 Fator degradação de precisão DOP- Dilution of precision

DOP é uma função matemática que expressa a qualidade das soluções baseadas na geometria dos satélites visíveis. A precisão de um sistema GPS pode ser especificada pelos seguintes elementos: VDOP- Fator precisão na componente vertical (altimetria). HDOP- fator precisão na componente horizontal (planimetria). PDOP- fator precisão da posição tridimensional. TDOP- fator precisão do tempo.

Sendo que valores de DOP's pequenos consiste em boa interseção, ou seja, boa precisão de posicionamento. Quanto mais próximo de zero for valor de DOP maior será

a precisão e qualidade dos dados obtidos. Outro fator que contribui para valores baixos de DOP's é o número de satélites, quanto mais satélites disponíveis menor é valor.

#### **2.4.3.3        Sistemas de aumentação**

GBAS é o sistema de aumento baseado em redes terrestres, estes difundem a mensagem diretamente para o utilizador. O ABAS é baseado na integração com sensores a bordo em aeronaves e o SBAS é baseado em satélites. Os sistemas de aumentação baseado em satélites são sistemas regionais desenvolvidos para melhorar o funcionamento dos sistemas de posicionamento por satélites, permitem melhorar a precisão, a integridade, a continuidade, a cobertura e a disponibilidade. Na Europa o sistema de aumento baseado em satélites é designado de Serviço Europeu Complementar de Navegação Geoestacionária (EGNOS). O EGNOS melhora a precisão e fiabilidade das informações corrigindo os erros de medição do sinal e fornecendo informações sobre a integridade dos sinais. A área de cobertura do EGNOS inclui a maior parte dos países europeus e o sistema tem capacidade incorporada para cobrir outras regiões, como o Norte de África e os países vizinhos da União Europeia (EU). O serviço aberto é acessível a qualquer utilizador equipado com um recetor compatível com GPS/SBAS dentro da área de cobertura do EGNOS

#### **2.4.3.4        Redes GNSS**

Além das redes de aumento baseados em satélites, temos aqueles baseados em redes terrestres - Redes Permanentes. Em Portugal as redes permanentes mais utilizadas são a RENEP (Rede Nacional de Estações Permanentes) e SERVIR (Sistemas de Estações de Referência GPS Virtuais).

A RENEP pertence à Direção Geral do Território ( DGT) com um serviço público e gratuito que disponibiliza aos equipamentos GPS dados para a determinação de coordenadas geográficas com precisões melhores que 10 cm [8]. No continente difundem as observações no sistema de referência ETRS89 e nas regiões autónomas no sistema ITRF93, quer seja para o posicionamento em modo RTK ou para pós-processamento usando ficheiros RINEX. No posicionamento em modo RTK são apresentados os seguintes produtos: Base única, onde o utilizador escolhe qual a estação para receber as correções. Estação mais próxima, onde é o sistema de rede que escolhe a estação para enviar as correções. E as correções em rede, que consiste

em receber correções diferenciais de uma rede de estações que envolve a zona de trabalho.

Já a rede SERVIR, pertence ao Centro de Informação Geoespacial do Exército (CIGEOE) ao contrário da RENEP não é gratuito. A criação do projeto teve como objetivo estabelecer uma rede de estações de referência GNSS, de posicionamento em tempo quase real, para aumentar a produtividade de aquisição de informação georreferenciada. Este sistema é constituído por três componentes: um conjunto de estações de referência, um sistema de comunicações, e um centro de cálculo de vigilância e controlo.

Este sistema permite que um utilizador estabeleça uma ligação com o centro de cálculo (via WEB, GSM<sup>8</sup>, GPRS<sup>9</sup> ou comunicação radio) o qual, após processadas as observações GNSS, disponibiliza as correções diferenciais aplicáveis à área onde pretende executar o trabalho. Utiliza um conceito simples que se baseia no princípio de que os erros que afetam os recetores GPS dos utilizadores que estão no interior da rede, são determinados pelo sistema, em função dos erros obtidos nas estações envolvidas, permitindo calcular as correções para a posição próxima da estação de referência ao recetor móvel [15]. São disponibilizados serviços em modo DGPS (correções diferenciais disponibilizadas em formato mensagem RTCM 2.3) em modo RTK (correções diferenciais em formato CMR. CMR+ ou TRCM 2.3 e RTCM 3.0) e em pós processamento com ficheiros RINEX [16].

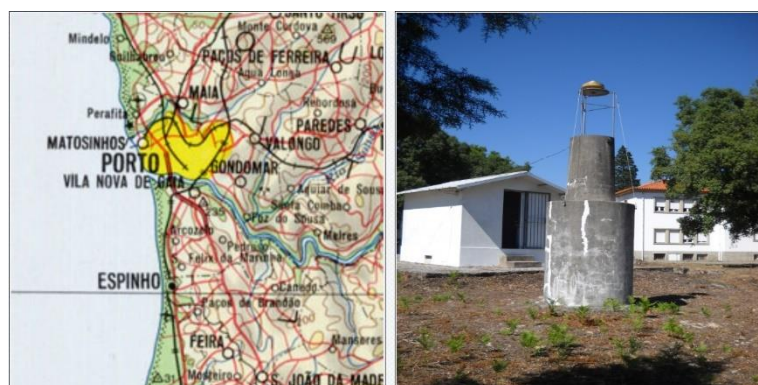


Figura 11- Estação de Vila nova de Gaia. Fonte [8]

<sup>8</sup> GSM- Global System for Mobile Communications

<sup>9</sup> GPRS- General Packet Radio Service



No método de posicionamento RTK, quando a distância aumenta perde-se a correlação dos erros na estação de referência e na estação móvel, e para ultrapassar essa dificuldade foi desenvolvido o conceito de rede de estações (RTK em Rede) este método utiliza a infraestrutura de uma rede de estações de referência para disponibilizar correções ao utilizador móvel. O método *Network RTK* permite minimizar os erros e facilitar a determinação das ambiguidades da fase (condição indispensável para obtenção de precisões centimétricas).

Estação Referência Virtual (VRS) consiste em gerar dados simulando uma estação de referência próxima ao recetor móvel, permitindo obter resultados semelhantes a uma linha de base curta. Tem a vantagem de não haver necessidade de ter um recetor fisicamente num ponto conhecido próximo do utilizador. A VRS além de eliminar os erros e modelar os erros sistemáticos podem ser usadas tanto em tempo real como em pós-processamento.

#### **2.4.3.5 Métodos de posicionamento**

Como já foi referido, são várias as fontes de erros que afetam as medidas das distâncias entre o satélite e o recetor. Quando é exigida um levantamento de alta precisão é necessário usar modos de posicionamento adequados. Pode ser dividido em posicionamento absoluto ou por ponto (código e fase) nesse posicionamento só é necessário um recetor. ou em posicionamento relativo (diferencial e relativo) obtido em pós-processamento ou em tempo real, utiliza-se dois ou mais recetores, um dos recetores possui coordenadas conhecidas (estação base) e os outros são considerados moveis.

#### **2.4.3.6 Metodologias de observação**

A metodologia de observação pode ser em modo estático quando é exigida alta precisão. Normalmente são observadas linhas de base constituídas por estações GPS por períodos longos, para englobar as alterações na geometria dos satélites. No modo cinemático utiliza-se pelo menos 2 recetores GPS, onde um deles é usado como referência e permanece estacionário, e o outro ou outros GPSs são designados de “rovers” e são usados em diferentes pontos. *stop-and-go* é idêntico ao cinemático, apenas com a diferença que o recetor móvel permanece parado curtos períodos em cada ponto. E tem também o levantamento em modo RTK, que é um levantamento em modo cinemático onde são transferidos em tempo real dados entre a estação base (de referência) e a/as unidades ‘Rover’. A utilização desse sistema, consiste em ligar a uma

rede de estação permanente, onde as medidas da estação de referência são transmitidas para a estação móvel permitindo que em tempo real estas corrijam a sua posição.

#### **2.4.3.7 Transmissão e receção de informações GNSS**

Os formatos Radio *Technical Commission for Maritime* (RTCM) são formatos utilizados na transmissão de dados no posicionamento em tempo real (RTK e DGPS). Existem várias versões, que possibilitam a transmissão de dados e correções entre uma estação base e a estação móvel. O formato *National Marine Electronics Association* (NMEA) foi adotado pela comunidade GPS como *standart* para output de posição, velocidade e tempo (PVT), encontra-se disponível em quase todos os recetores comerciais. Este formato permite a partir de uma mensagem, em forma de código, enviar para a estação base a posição aproximada de um ponto.

Em modo RTK os meios de transmissão por comunicação podem ser feitos por Radio/modem via VHF ou UHF, por *Global System for Mobile Communications* - GSM, por sub-portadora FM (RDS) ou por internet. Para a transmissão via rede móvel existem várias tecnologias como o GSM, *General Packet Radio Service* (GPRS) por *Enhanced data rates for GSM Evolution* (EDGE) ou por *Universal Mobile Telecommunication Service* (UMTS). A transmissão de dados pode também ser via *Network Transport of (RTCM)* que é um protocolo genérico para a transmissão de dados via internet, utiliza RTCM para envio de correções diferenciais ou outros tipos de dados GNSS para utilizadores fixos ou móveis através da Internet (permite ligação em simultâneo de PC's, portáteis, PDA's ou recetores a um centro emissor) [14]. Suporta acesso à Internet sem fios através de redes IP móveis como o GSM, GPRS, EDGE ou UMTS. O NTRIP foi desenvolvido como alternativa de transmissão de dados via rádio que apresenta limitações quando se trata da distância para a estação de referência ou para o centro de controlo.

## Capítulo 3

### 3 Município do Porto- Informação Geográfica

#### 3.1 Enquadramento geográfico

O território do município do Porto tem 41.42 km<sup>2</sup> de área e 237591 habitantes (Censos 2011), sendo a segunda maior aglomeração urbana do país. De acordo com a reorganização administrativa do território das freguesias encontra-se subdividido em sete freguesias, Foz do Douro e Nevogilde, Bonfim, Campanhã, Cedofeita, Lordelo do Ouro e Massarelos, Paranhos e Ramalde, figura 9.

O município do Porto é a segunda cidade e o quarto município mais populoso de Portugal, situada no Noroeste do país e capital da Área Metropolitana do Porto (AMP), o Porto juntamente com os concelhos de Vila Nova de Gaia e de Matosinhos formam a frente atlântica do Porto.

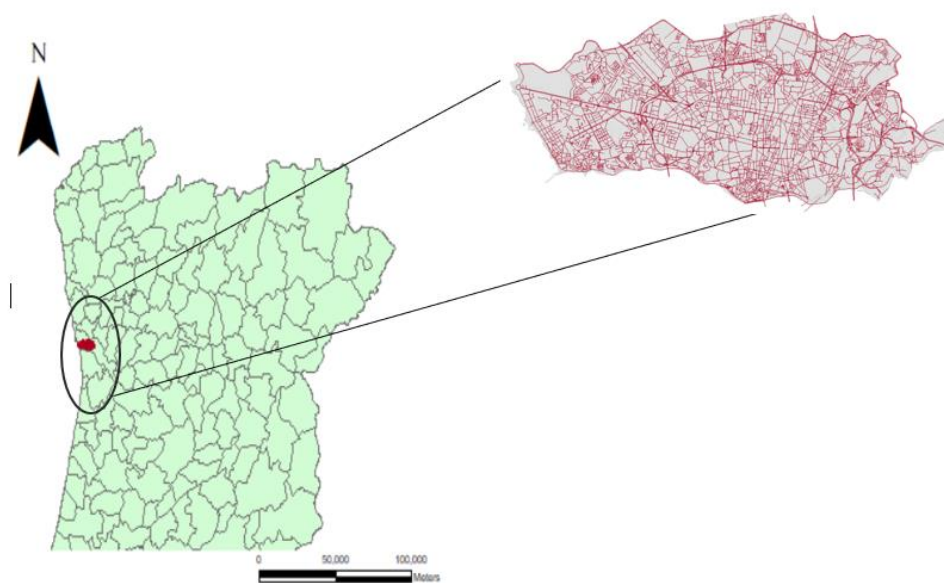


Figura 12- Município do Porto

### 3.2 Enquadramento cartográfico

A base cartográfica no município do Porto encontra-se no sistema de coordenadas Hayford- Gauss *Datum* 73. Como já foi referido no capítulo 2, é um *datum* estabelecido na década de 70, com o seu PAF no vértice geodésico de Melriça. Este sistema de coordenadas encontra-se obsoleto e conforme as normas recomendadas pela DGT foi substituído pelo sistema de coordenadas PT-TM06/ETRS89. Contudo, muita da informação da CMP, como é o caso da informação utilizada neste trabalho, ainda se encontra no datum 73.

As coordenadas das observações GPS feitas em tempo real, com base na RENEP, são dadas em ETRS89, assim sendo, todas coordenadas levantadas pelo aparelho GNSS estão no sistema ETRS89. Para a avaliação da precisão das coordenadas existentes, foi necessário converter essas coordenadas do *datum* 73 para o *datum* ETRS89. A transformação entre os data, foi realizada com a grelha de diferenças de coordenadas no formato NTv2. Escolheu-se esse método e não o de 3 ou 7 parâmetros, porque estes métodos (3 ou 7 parâmetros) usam parâmetros ajustados a todo o território, o que conduz normalmente a erros. Para uma transformação local, onde são determinados parâmetros ajustados e pontos de controlo da área de trabalho a precisão é bem maior do que somente com parâmetros ajustados.

### 3.3 Portal de informação Geográfica do Município do Porto

O MIPEB é um portal de informação geográfica disponibilizado na Web [17], que permite acesso aos sistemas de informação geográfica do município. Toda a informação geográfica disponibilizada é baseada na cartografia de base à escala 1/1000, o que exige um rigor elevado, ou seja, erros até 20 cm são aceitáveis, mas erros de 1 a 2 metros já não apresentam compatibilidade com a informação da página, por isso, nem todos *layers* estão disponíveis, por exemplo, os sinais de trânsito, que foram levantados por meios pouco rigorosos. As figuras 10 e 11 mostram os vários elementos que podem ser acedidos e recolhidos no portal.

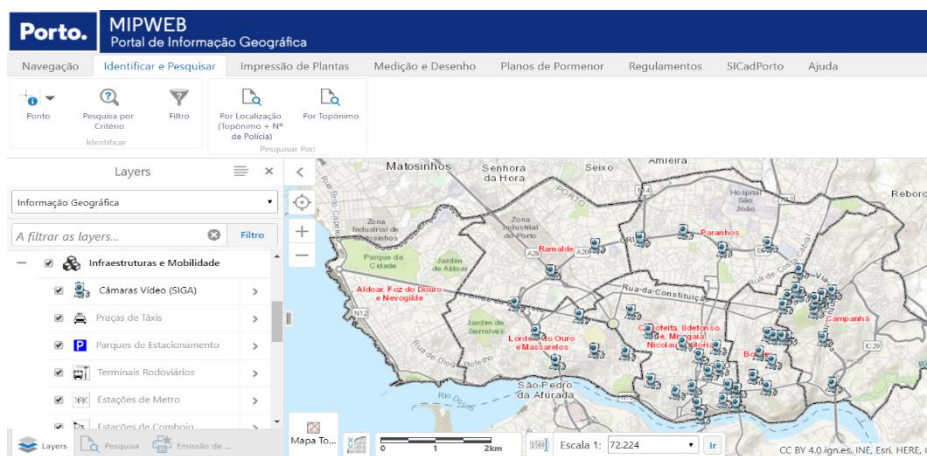


Figura 13- Representação do Portal MIPWEB. Fonte [15]]

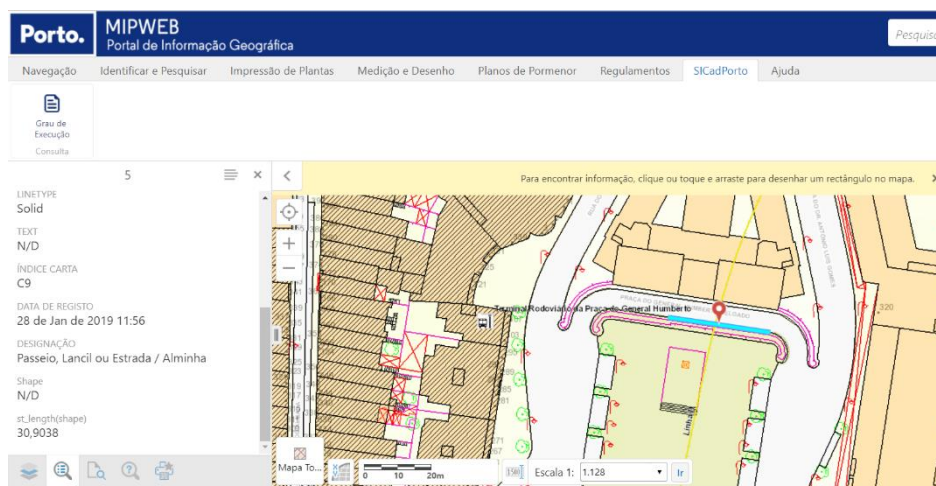


Figura 14- Representação de um ponto pesquisado. Fonte [15]

### 3.4 Informação geográfica da via publica - IGVP

O projeto onde decorreu o estágio, na Câmara Municipal, é o projeto de Informação Geográfica da Via Pública (IGVP) que surge a 12 de junho de 2014 [18], constituindo um objetivo transversal à Direção Municipal de Gestão da Via Pública (DMGVP) atual Direção Municipal de Mobilidade e Transportes (DMMT). Os objetivos do IGVP consistem em disponibilizar informações, aos serviços do município e para o exterior, que interfere direta ou indiretamente nas competências da DMMT, em base geográfica. Em Permitir o relacionamento da informação e aumentar a eficiência da atividade da Direção, disponibilizar meios de suporte à decisão, contribuir para a

organização, tratamento e melhoria da informação e definir e implementar estratégias com vista à manutenção da informação atualizada.

Toda a informação geográfica da via pública é produzida com recurso a ferramentas de georreferenciação e publicada no portal GeoPorto, em casos de obtenção de dados através de entidades externas é disponibilizado um acesso a uma aplicação própria. Os metadados da informação são carregados na plataforma de gestão unificada de informação e aplicações (GUIA), “[18]

Os temas são desenvolvidos de acordo com as tipologias em que se inserem e cumprem todos os procedimentos em vigor.

- C02-01-IT-19 - IGVP criação e publicação de temas;
- C02-01-IMP-06 - Índice de temas;
- C02-01-IMP-07 - Ficha controlo de tema – exclusiva/partilhada;
- C02-01-IMP-08 - Ficha de controlo de ficha – externa;
- C02-01-IMP-09 - Modelo de dados;
- C02-01-IMP-10 - Índice de atributos.

### 3.5 Rede de apoio topográfico municipal do concelho do Porto

A rede fundamental de um país é constituída pela rede geodésica, porém, esta rede não é suficientemente densa para apoiar um levantamento topográfico que exige um nível grande de detalhes, é necessário densificar a rede, utilizando novos vértices que se apoiam nos vértices geodésicos e nos próprios vértices que se vão criando. É assim que surge a rede topográfica constituída por triângulos. A rede de apoio topográfico do concelho do porto (figura 12) é constituída por cerca de 260 marcas de bronze distribuídas pelo concelho [19]. Os dados encontram-se disponibilizados de forma gratuita na página web do município. Para obter informações relativas a cada vértice basta clicar sobre um vértice (figura 13) e são dadas todas as informações, como por exemplo, o estado de conservação, as coordenadas, os vértices visíveis etc.



Figura 15-Rede de apoio Topográfico do Município do Porto. [15]



Figura 16- Vértices da Rede de Apoio Topográfico da CMP. [15]

## Capítulo 4

# 4 Equipamentos e softwares utilizados

Para fazer o levantamento dos pontos foram utilizados os recetores RTK (Trimble-R6 e o *Spectra Precision* com o coletor de dados SIG) que efetuam levantamentos cinemáticos em tempo real. Para a medição de distâncias foi utilizado o medidor de distâncias laser – BOSH GLM 50 C.

### 4.1 Equipamentos

#### 4.1.1 Trimble R6

O aparelho é composto por um recetor GPS, antena de precisão, bateria de longa duração e um controlador Trimble. Juntamente com o *software Trimble Access* é possível levar para o campo, o poder do processamento no escritório, por meio de uma interface baseada em *Windows mobile* [20]. Possui 220 canais GNSS. A figura 17 mostra o recetor Trimble R6 utilizado no primeiro levantamento, juntamente com o bastão (altura 2 m) e a caderneta para gravar os dados. O processamento RTK é feito com o protocolo NTRIP.

A precisão, a nível de posicionamento diferencial por códigos livre de multicaminho e interferências eletromagnéticas com boa visibilidade e configurações ideais de constelações GNSS, permite obter na horizontal 0.25 m + 1 ppm e na vertical 0.50 m e 1 ppm. Para o posicionamento diferencial com o sistema SBAS normalmente menor que 5 m 3D.

No caso do processamento diferencial com a fase da onda portadora as precisões são superiores, com erros planimétrico e altimétrico de poucos centímetros, como se mostra na tabela 3. Este tipo de processamento requer a fixação de ambiguidades, o que pode demorar mais algum tempo do que o posicionamento apenas com códigos, e obriga a maior afastamento de obstáculo. Contudo, dada a exigência de precisão deste trabalho, foi este o método sempre utilizado.

Tabela 3- Precisão de Levantamento GNSS. Adaptado [16]

	Levantamento GNSS				
	Estático	Estático Rápido	Cinemático Pós-Processamento	RTK	Rede RTK
<b>Horizontal</b>	3 mm + 0.1 ppm	3 mm + 0.5 ppm	3 mm + 0.5 ppm	8 mm + 1 ppm	8 mm + 0.5 ppm
<b>vertical</b>	3.5 mm + 0.4 ppm	5 mm + 0.5 ppm	3 mm + 0.5 ppm	15 mm + 1 ppm	15 mm + 0.5 ppm





Figura 17- Recetor Trimble R6

#### 4.1.2 Spectra Precision SP60

O aparelho é composto por uma antena e um *collector* de dados SIG o *MobileMapper* 50. Devido à sua tecnologia consegue responder a qualquer tipo de tarefa SIG ou de medição, desde duas configurações SIG a uma simples solução de pós-processamento de GPS na banda L1, até uma recepção de dupla frequência de rede GNSS. A antena é compatível com a banda L permitindo um posicionamento Trimble RTX em locais onde não há disponibilidade de redes RTK [21], possui também a tecnologia *Bluetooth* de longo alcance que permite que o recetor SP60 seja usado como um sistema de base e recepção. A conexão entre a antena e o *collector* é feita via Bluetooth a partir de um software de campo ('*Space*') disponibilizada no Google play pela *Spectra Precision*. O software *Space* além de permitir a conexão do dispositivo móvel android a um recetor GNSS, permite também monitorizar a recepção e correções GNSS, verificar a precisão da posição, entre outros.

Altura da antena é calculada pelo software com base na localização do centro de fase L1. Para o levantamento em modo Rover a altura da antena é feita na vertical, medindo a altura do bastão até a base do recetor. No caso de o recetor estar pousado sobre uma base, a medição pode ser feita tanto em modo vertical (sem correção) ou pela inclinação da base da antena (medida corrigida). Para a medida de inclinação, calcula-se tendo

em conta o comprimento do instrumento de medida (fita métrica) e a distância desde o instrumento até o ponto de indicação de altura conforme a seta vermelha da figura.

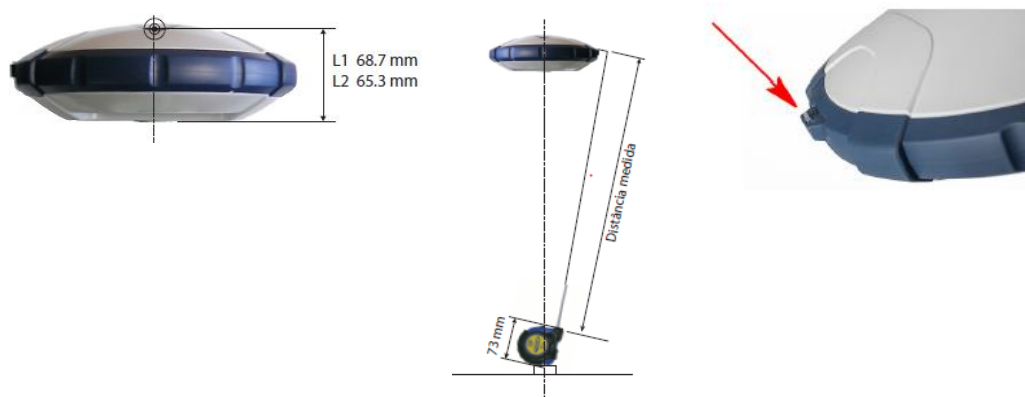


Figura 18- À esquerda localização do centro da fase da antena. À direita altura da antena numa estação base fonte. Fonte [19]

O recetor *Spectra Precision SP60* possui 240 canais GNSS e utiliza todos os sistemas GNSS (GPS, GLONASS, BEIDOU, GALILEO, QZSS e SBAS). O sistema GPS possui as frequências nas bandas L1 (C/A, C e P(Y)<sup>10</sup>) e L2 (C, P(Y)). O GLONASS com as frequências nas bandas G1 e G2 com os códigos (C/A e P). O sistema chinês BEIDOU com as bandas B1, B2 e B1C. O GALILEO com as bandas E1 E5b.

A precisão do aparelho encontra-se na tabela 3. Para um levantamento de informação geográfica, o aparelho pode ser configurado para obter um nível de precisão em modo 30/30 que corresponde a uma precisão 30 cm na horizontal e 30 cm na vertical, ou em modo 7/2, 7 cm na horizontal e 2 cm na vertical.

Tabela 4- Precisão do aparelho. adaptado [16]

	Tempo Real			Pós- Processamento	
	SBAS	DGPS (em tempo real)	RTK	Estático/ Estático Rápido	Estático de alta precisão
<b>Horizontal</b>	< 50 cm	25 cm + 1 ppm	8 mm + 1 ppm	3 mm + 0.5 ppm	3 mm + 0.1 ppm
<b>Vertical</b>	< 85 cm	50 cm + 1 ppm	15 mm + 1 ppm	5 mm + 0.5 ppm	3.5 mm + 0.4 ppm

<sup>10</sup> Restrição do acesso ao código Militar P. Este é substituído pelo Y (encriptado)

#### 4.1.3 MobileMapper 50

O *MobileMapper 50* é a nova geração de *collector* de dados SIG em sistema *android* 6.0 certificado pelo Google. Possui funcionalidades de um *smathphone* (figura 19) com processador *Quad Core* de 1.2GHz e memória de 16GB. Permite efetuar combinações de três constelações GNSS (GPS+GALILEO+ GLONASS ou GPS+GALILEO+ BEIDOU) e no pós-processamento. A antena interna possui 72 canais. A precisão do aparelho em tempo real com o SBAS é < 1.5 m e em pós processamento é < 80 cm.

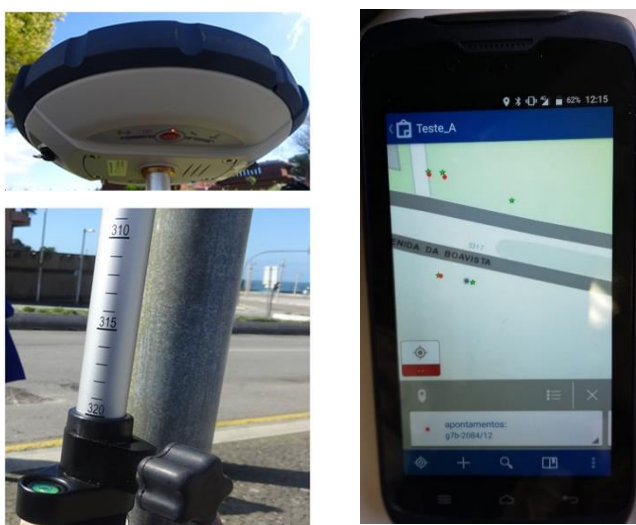


Figura 19- antena/ recetor SP60, bastão extensível e coletor de dados

#### 4.1.4 Medidor de distâncias laser

O medidor de distâncias *Bosch GLM 50 C profissional* permite medir distâncias, comprimentos, alturas, inclinações e ainda calcular áreas e volumes. Os resultados de medição podem ser transmitidos via Bluetooth para outros equipamentos. O medidor dispõe de três níveis de referência de medição (figura 20). Para o trabalho foi utilizado o nível do meio da rosca com o medidor encaixado num tripé e o centro do tripé a apontar diretamente para um dos pontos com coordenadas conhecidas. Com um painel preto encostado ao sinal cuja coordenada pretendia-se determinar e com os óculos de visualização do laser, apontou-se o feixe laser do medidor para o painel, tendo de seguida medido a distância. A ideia do painel preto, deve-se às dificuldades encontradas numa primeira tentativa de medição, onde não foi possível visualizar o ponto laser devido à claridade no exterior.



Figura 20- Medidor de distâncias

#### 4.1.5 ArcGis

*Arcgis* é um software de sistema de informação geográfica (SIG) utilizado para criar mapas, compilar dados geográficos, analisar informações de mapas, usar informações geográficas em vários aplicativos e gerenciar essas informações em bases de dados. O *Arcgis Desktop* está licenciado sob três níveis de funcionamento [22] : *Arcgis Basic* ou *Arcview* que permite visualizar dados espaciais, criar mapas e realizar análises espaciais. *Arcgis Standard* ou *ArcEditor* que contém ferramentas mais avançadas para manipulação de *shapefiles* e geodatabases e o *Arcgis Advances* ou *Arcinfo* que inclui recursos mais avançados para manipulação de dados e análise de dados. Além desses softwares SIG para desktop há também o *Arcgis Engine* que fornece interfaces de programação de aplicativos (APIs) para COM.NET, Java e C ++ para as plataformas Windows, Linux e Solaris, e o *Arcgis Explorer* que é um visualizador SIG e pode funcionar como cliente para o *Arcgis Server*, *ArcIMS*, e *Web Map Service (WMS)*. O *Arcgis Server* é um software SIG do servidor central da ESRI, usado para criar e gerenciar serviços, aplicativos e dados *WebSIG*.

Este software, sendo o disponibilizado pela instituição, foi utilizado na maioria dos trabalhos de gabinete.

## Capítulo 5

### 5 Trabalho de campo

O primeiro trabalho realizado durante o período do estágio consistiu na avaliação da precisão do aparelho adquirido, muito embora sabemos que a precisão de um recetor GNSS depende de vários fatores, como o software utilizado para o processamento, a geometria da constelação dos satélites no momento do levantamento, as condições do local, a disponibilidade dos sistemas de comunicação etc. para além de avaliar a exatidão das coordenadas levantadas pelo *Spectra Precision SP60* e as coordenadas obtidas com recurso a plantas topográficas, foi também de verificar a cobertura de sinal GPS de algumas zonas do Porto e apresentar alternativas para zonas com pouco sinal.

#### 5.1 Levantamento inicial das coordenadas

As coordenadas dos prumos (designa-se por prumo o poste onde se localiza um, ou vários sinais) foram determinadas com base em levantamentos feitos visualmente, relativamente ao esqueleto da cartografia, o que implica certos tipos de erros, isto é, desvios de um ponto em relação à sua posição real. O trabalho consistia em atribuir etiquetas aos sinais de trânsito, e nisso, fazer o levantamento a olho dos sinais. Este tipo de levantamento sem um equipamento de precisão, não é fiável para a disponibilização via Web, sobre uma cartografia de muito rigor, sendo a motivação principal deste trabalho de estágio.

Para etiquetar os sinais de trânsito (cada sinal tem o seu código), deslocavam-se ao terreno duas equipas de três funcionários do Município. Com fitas métricas, máquinas fotográficas e plantas topográficas à escala 1/500, um dos funcionários era responsável por tirar as fotos (frente, trás e de contexto), outro por marcar a posição do sinal na planta e fazer o registo, e o outro por pôr as etiquetas nas placas (figura 21). No total, foram levantados cerca de 14 mil placas em 1 ano e 3 meses.

Depois de concluído o trabalho no terreno, era efetuado o trabalho de gabinete. Em *ArcGis*, com a cartografia de base e devidamente georreferenciada, faziam a marcação dos pontos levantados, gerando *shapefiles* de pontos com todas as fotos e informações relativas a cada placa.

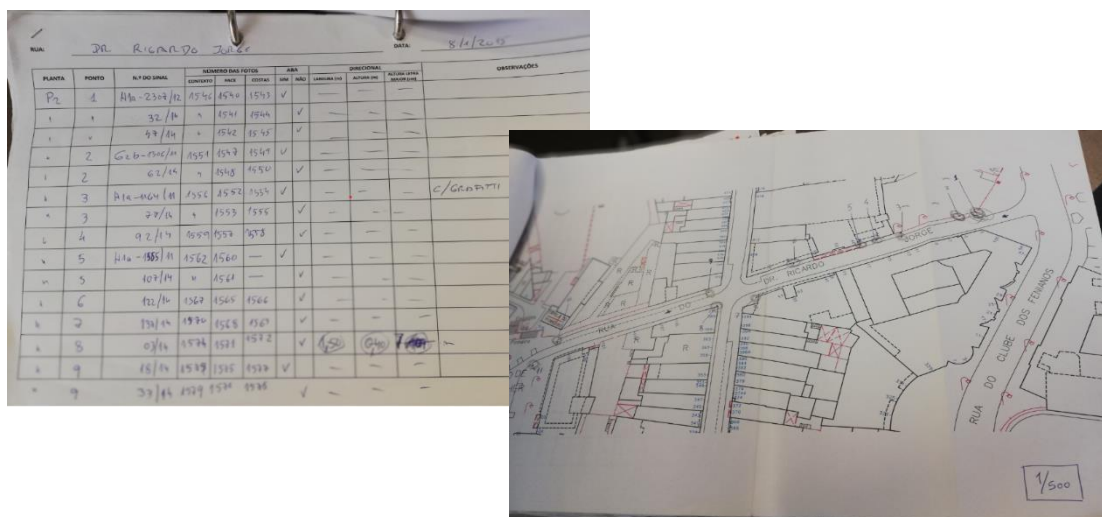


Figura 21- Apontamentos do levantamento inicial

## 5.2 Aquisição de dados

Um dos parâmetros essenciais no decorrer de um trabalho prático é o planeamento do mesmo (figura 22). Nesse sentido foi necessário planejar as zonas de levantamento. Na cidade do Porto, tratando de uma cidade antiga com muitas ruas estreitas, sabemos que um método de posicionamento RTK não permite fazer um levantamento rigoroso quando há obstruções nos sinais. Predefiniu-se a avenida da Boavista como uma zona de teste para um levantamento mais rigoroso. Adicionalmente, escolheu-se também algumas zonas com edifícios altos e árvores para testar a altura do bastão no máximo e no mínimo.

	Dia	Período	Local	Visibilidade Satélites
Terça	26/02/2019	<u>Manha</u> /tarde	Avenida <u>da boa vista</u> (parque da cidade)	Zona aberta, sem árvores e grandes edifícios
Quarta	27/02/2019	<u>Manha</u> /tarde	Rua Restauração- Hospital Santo António atrás palácio Cristal	Zona com prédios altos
Quinta	28/02/2019	Manhã/tarde	Avenida Rodrigues de Freitas -rua Campo <u>24 Agosto</u>	Zona cobertura vegetal intensa
Sexta	01/03/2019	Manhã/tarde	Gabinete	Edição de pontos levantados

Figura 22- Planeamento dos trabalhos realizados

O levantamento dos dados foi realizado durante todo o período de estágio. Foram levantadas coordenadas de cada prumo (294) de uma área pré-selecionada de forma a que todos esses pontos fizessem parte das coordenadas a serem estudadas. Para o

estudo foram descartados os prumos que mudaram de lugar ou aqueles que já não existem no terreno.

Para todos os levantamentos foi utilizada a estação de referência (mais próxima) de Vila Nova de Gaia que pertence à RENEP, onde as correções são divulgadas em formato RTCM sobre protocolo NTRIP e as coordenadas referenciadas no sistema de coordenadas retangulares PT-TM06/ETRS89.

#### 5.2.1 Levantamento topográfico com recetor Trimble R6

No primeiro levantamento utilizou-se o recetor GPS/GNSS *Trimbe R6* a partir do posicionamento cinemático em tempo real (RTK). Foi selecionada a área de estudo da rotunda do Castelo do Queijo onde foram levantados 17 pontos com o bastão a uma altura de 2 metros (figura 23). Antes de iniciar a marcação dos pontos configuramos a estação de referência, aguardamos para uma posição fixa e depois iniciamos a medição. Podemos verificar pela análise da figura 24 que os valores do DOP permitiram obter um levantamento de boa qualidade.



Figura 23- Levantamento de coordenadas Trimble R6

As coordenadas recolhidas foram exportadas em formato de texto e no software *ArcGis* criou-se um tema de eventos dos pontos que depois foram exportados para o formato *shapefile* (figura 25). São referidas na tabela 5 a média do número de satélites e os valores de DOP no dia do levantamento.



Tabela 5-Número satélites e valores de DOPs

	N satélites	PDOP	HDOP	VDOP
<b>Média</b>	12	2,0	1,0	1,7
<b>Mínimo</b>	9	1,5	0,8	1,3
<b>Máximo</b>	14	3,3	1,6	2,8

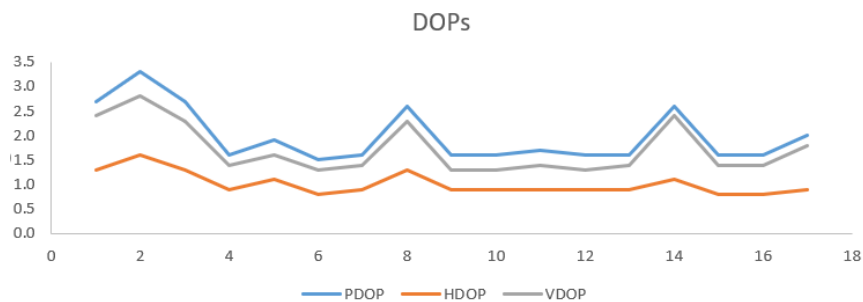


Figura 24- Valores de DOPs com Trimble R6



Figura 25- Representação dos pontos levantados Trimble R6

Uma primeira análise que se pretendia consistiu na avaliação da exatidão posicional dos sinais trânsito constante da base de dados, por comparação com as coordenadas agora levantadas. Na tabela 6 são descritas a avaliação dos erros relativamente às coordenadas levantadas pelo método rigoroso e pelas coordenadas já existentes. Por se tratar de uma amostra muito pequena e também pelo fato do aparelho não ser o objeto de estudo não podemos tirar grandes conclusões. Contudo a conclusão desta análise (erros da ordem do metro) confirma o que era esperado quanto ao erro elevado da base de dados para a sua compatibilidade com a cartografia de escala 1:1000.



Tabela 6- EMQ das coordenadas obtidas pelo Trimble R6 e as já existentes

(m)	M	P
<b>EMQ</b>	1.49	3.87
<b>Média</b>	0.11	0.02
<b>Mínimo</b>	-1.35	-2.62
<b>Máximo</b>	3.69	5.72
<b>Desvio Padrão</b>	1.22	1.97

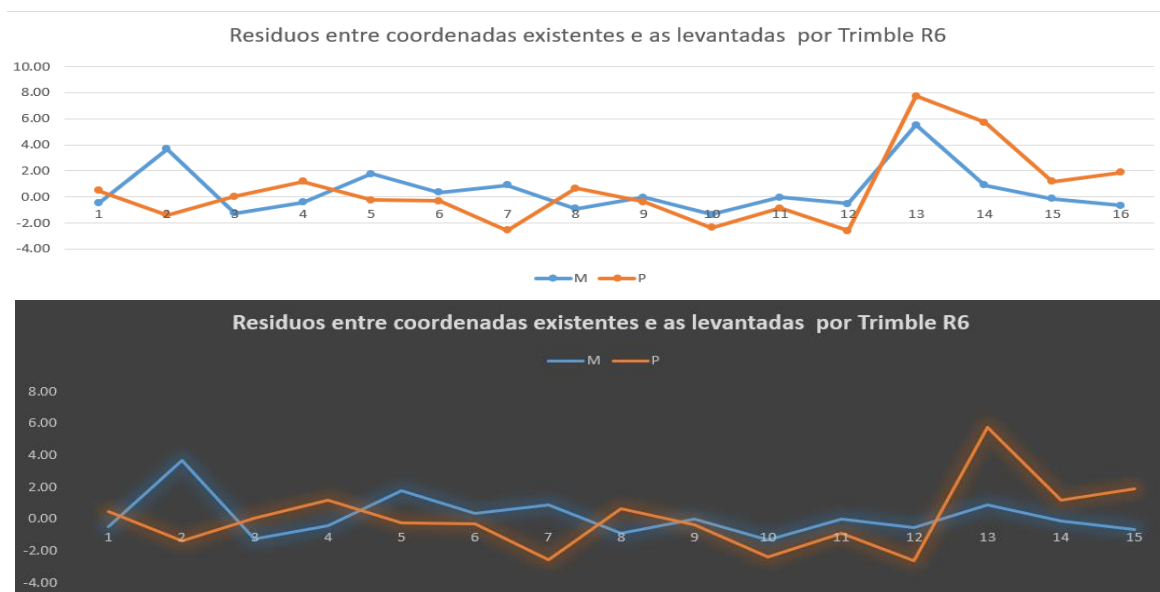


Figura 26- Em cima todos os pontos, em baixo eliminação do outlier

Na figura 26 (imagem acima) Verificamos a existência de ruídos nos dados. Os ruídos correspondem a um sinal que foi movido de lugar e outro que foi mal medido. Sendo assim, procedemos à análise eliminando o sinal que foi movido de lugar por não alterar em nada os valores conclusivos.

Esta primeira fase do trabalho com o RTK disponibilizado pela faculdade, não permitiu tirar grandes conclusões devido ao tamanho da amostra e à sua localização muito concentrada.

### 5.2.2 Levantamento topográfico com recetor Spectra Precision SP60

No decorrer do estágio ficou disponível um novo recetor adquirido pela Câmara para a divisão onde este trabalho decorreu. Os restantes levantamentos foram feitos com o uso do *Spectra Precision SP60* e o *collector*, também utilizando a técnica de posicionamento em tempo real de alta precisão- RTK. As áreas seleccionadas para o levantamento englobam Avenida da Boavista, zonas à volta do Hospital São João e alguns locais na Avenida Fernando Magalhães (figura 27). Essas zonas seleccionadas tiveram como propósito a verificação da cobertura do aparelho em termos de precisão em locais com edifícios altos, com muita vegetação e em espaços abertos.

Antes de iniciar os trabalhos de campo com o aparelho, foi necessário o trabalho de gabinete. Numa primeira fase fez-se o planeamento das zonas de levantamento e na segunda fase procedeu-se à publicação das camadas num serviço web. A utilização do serviço web procede da seguinte forma:

A partir do *ArcMap* criamos mapas com as camadas necessárias para o trabalho de campo. De seguida publicamos essas camadas na *Web (ArcGIS Server)* seleccionando o tipo serviço que o *collector* suporta (*Features access*<sup>11</sup>) [23].

Depois de criar os mapas e de ativar a publicação, verificamos se os mapas foram criados corretamente e se a publicação está ativa, copiamos o endereço do serviço. Iniciamos a sessão no *Arcgis online* e colamos o endereço para que mais tarde em trabalho de campo possamos aceder através da internet às nossas camadas.

No campo, após ligar a antena abrimos o aplicativo *Space* e esperamos a conexão via Bluetooth. De seguida inserimos a altura da antena, verificamos a rede disponibilizada, neste caso a rede RENE, esperamos por uma solução fixa e só depois iniciamos a marcação dos pontos.

Durante o levantamento foram escolhidas diferentes zonas para a realização dos testes. Escolheu-se zonas edificadas, zonas com muita vegetação e zonas abertas. Em zonas abertas com pouca vegetação, verificaram-se problemas de posicionamento (solução RTK flutuante), talvez pela configuração do aparelho que estava configurado para uma solução ao nível máximo de precisão. Para essas zonas onde a solução RTK era flutuante recorreu-se a meios topográficos para obter as coordenadas com rigor.

---

<sup>11</sup> O *Features service* é um serviço disponibilizado pelo Arcgis GIS server que permite que um ou vários utilizadores acessem e atualizem camadas de uma base de dados via internet.



Figura 27- Levantamento de coordenadas Av. Fernando Magalhães

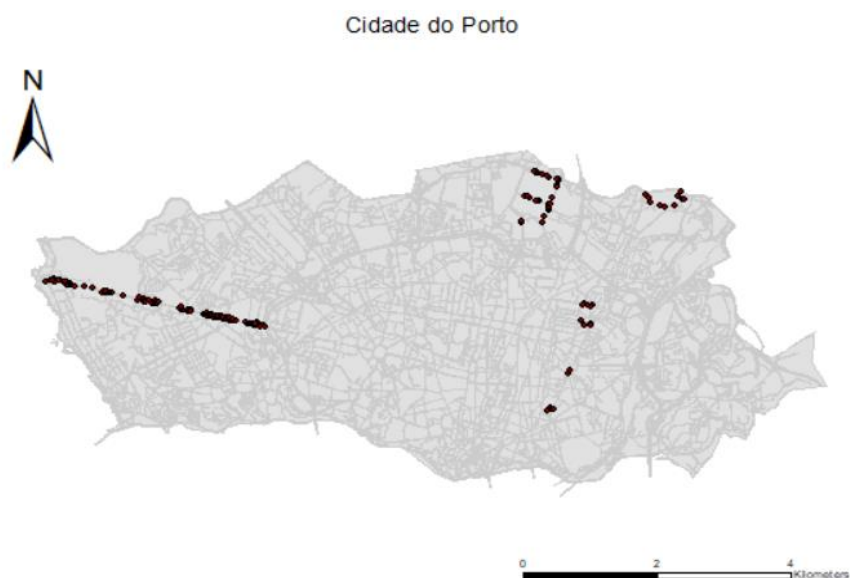


Figura 28- Representação dos pontos levantados com Spectra Precision SP60

Para avaliar as coordenadas existentes, procedemos à verificação dos indicadores estatísticos, mais concretamente, aos valores da média, mínimo, máximo, desvio padrão e do erro médio quadrático (EMQ). Na prática essa avaliação consiste em estimar a ‘incerteza’ (e também a precisão, e a exatidão) de uma medição. A precisão entende-se como o grau de cuidado e a subtiliza ao fazer uma medição, enquanto que a exatidão (rigor) entende-se como a correção dos resultados de uma medição. Na figura 29 está uma representação de um levantamento de pontos, que tenta ilustrar os

dois conceitos. O caso (a) é preciso e exato, o (b) é preciso e não exato e o (c) é exato e não preciso. Pode-se assim entender que, a precisão é uma aproximação do resultado a outro ou a um valor médio, enquanto que a exatidão é a aproximação ao verdadeiro valor. A avaliação feita nas coordenadas trata-se da precisão das coordenadas existentes relativamente às coordenadas levantadas pelo aparelho.

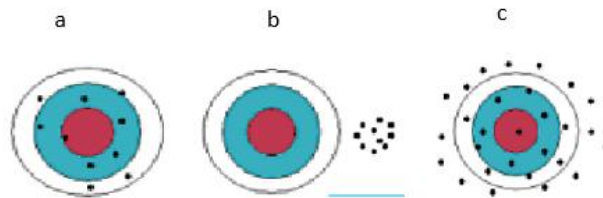


Figura 29- exatidão e precisão. Fonte [12]

Com as coordenadas existentes, convertidas para o sistema ETRS89, pelo método de grelhas no formato NTV2, usamos para avaliar a exatidão das coordenadas o EMQ (equação 4) definido como sendo:

Equação 4

$$EMQ_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{cartografia} - X_{medido})^2}{n}}$$

$$EMQ_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_{cartografia} - Y_{medido})^2}{n}}$$

$$EMQ_{XY} = \sqrt{(EMQ_X)^2 + (EMQ_Y)^2}$$

Tabela 7- EMQ

	<b>M</b>	<b>P</b>	<b>Plano</b>
<b>EMQ (m)</b>	1.44	0.89	1.70



Figura 30- Erros entre as coordenadas

Os erros encontrados (figura 30) são da ordem quase dos 2 do metro, sendo semelhantes aos que anteriormente se tinha encontrado.

Na figura 31 são apresentadas duas soluções encontradas para obter exatidão nos sinais. A primeira trata-se de um caso onde devido à vegetação a altura do bastão no máximo não seria eficaz, assim baixamos o bastão para o mínimo tendo encontrado nesse momento uma posição fixa. Procede-se de forma contrária à imagem da esquerda onde depois de aumentar o bastão no máximo (3.20m), sendo este superior à altura do muro, obtivemos uma posição fixa.



Figura 31- Altura do bastão extensível

### 5.2.3 Interseção direta medindo distâncias

Nem sempre é possível escolher um local ideal para medir um ponto. Quando se utiliza um aparelho GNSS pode ocorrer que alguns dos pontos medidos estejam obstruídos por obstáculos, (prédios, árvores), combinado com uma má constelação dos satélites e com a possibilidade de reflexão das ondas em objetos vizinhos (multi-caminho). Uma forma de minimizar esses problemas e obter coordenadas com boa precisão, utilizando um aparelho GNSS, consiste em afastar de refletores verticais e inclinados, assegurar que o sinal recebido diretamente é mais forte do que o refletido, saber onde estão os satélites e como se estão a deslocar (ver o 'Skyploft'), mas também sabemos que, nem sempre a utilização de um GNSS é útil. Neste trabalho específico com o levantamento de sinais de trânsito, sendo que, muitos sinais encontravam-se encostados a edifícios altos outros debaixo das copas de árvores, a utilização de uma outra técnica foi primordial. Foi neste sentido que surgiu a terceira parte do trabalho. Este trabalho teve como objetivo implementar métodos para obtenção de coordenadas devido ao efeito multicaminho (figura 32). Uma das técnicas utilizadas foi o método de interseção direta medindo distâncias. Este método consiste em medir as distâncias, entre o ponto a determinar as coordenadas, e dois pontos com coordenadas conhecidas.

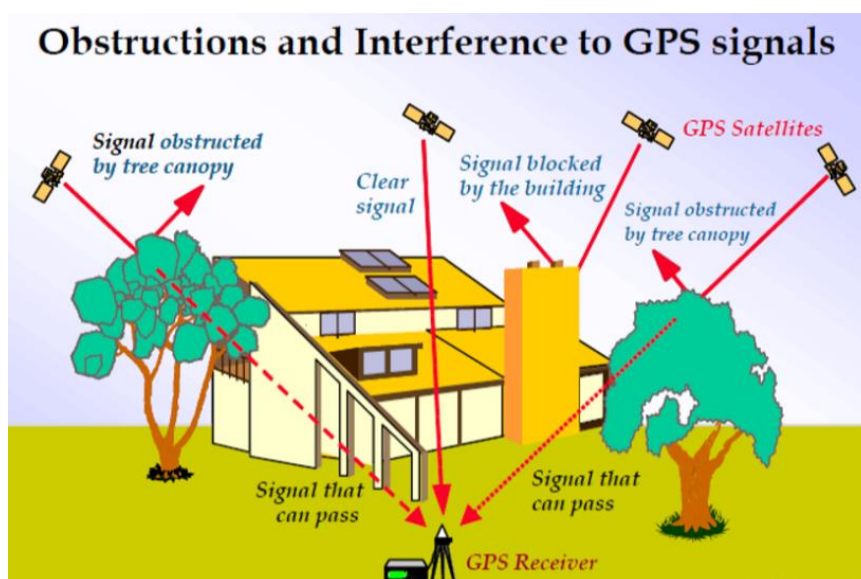
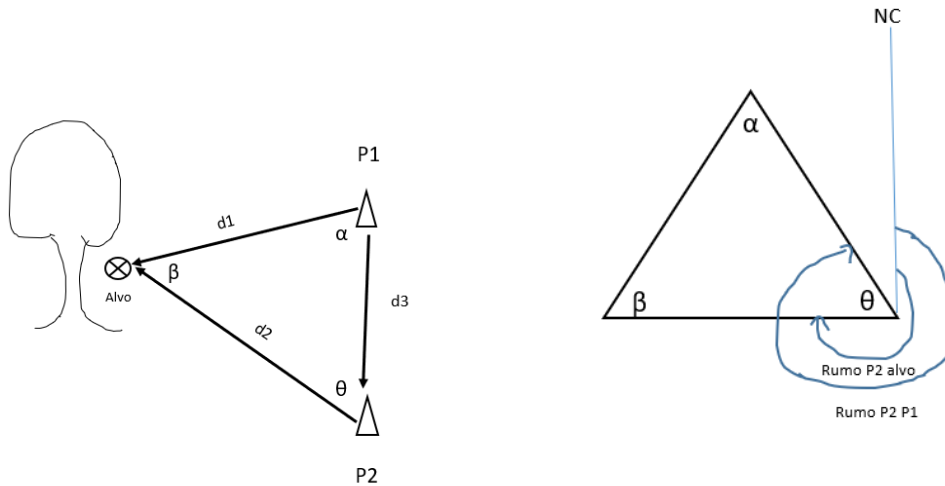


Figura 32- obstrução e interferências no sinal GPS. Fonte [14]

Estacionou-se em dois pontos (P1, P2) levantou-se as coordenadas dos mesmos e com um distanciômetro (figura 33) mediu-se a distância desses pontos até o ponto cujo a coordenada pretendia-se obter (alvo). Os ângulos internos foram determinados a partir

do Teorema de *Carnot*. Com um dos ângulos internos determinados calculou-se o rumo da direção pretendida e as coordenadas do ponto. Apresenta-se a seguir um exemplo de cálculo com medidas concretas:



➤ Dados:

$$M_{p1} = -39258.329 \text{ m}$$

$$P_{p1} = 167862.300 \text{ m}$$

$$M_{p2} = -39265.991 \text{ m}$$

$$P_{p2} = 167865.239 \text{ m}$$

$$D_1 = 8.585 \text{ m}$$

$$D_2 = 12.586 \text{ m}$$

$$D_3 = 8.258 \text{ m}$$

➤ Ângulos internos obtidos pelo Teorema de *Carnot*, em graus

$$\beta = \frac{42.646 \times 200}{180} = 45.186^\circ$$

$$\theta = \frac{40.667 \times 200}{180} = 47.384^\circ$$

$$\alpha = \frac{96.687 \times 200}{180} = 107.430^\circ$$

➤ Rumos

$$R_{P2P1} = -76.682 + 200^\circ$$

$$R_{P2P1} = 123.318^\circ$$

➤ Propagação de rumos

Conhecido o rumo da direção P2P1, o rumo da direção P2\_alvo obtém-se tirando ao rumo P2P1 o valor do ângulo formado pelas duas direções.

$$R_{P2P1} = R_{P2\_alvo} + \theta$$

$$R_{P2\_alvo} = R_{P2P1} - \theta$$

$$R_{P2\_alvo} = 75.933$$

➤ Transporte de coordenadas

$$M_{alvo} = -39265.991 + 12.586 \sin (75.933) = -39254.294 \text{ m}$$

$$P_{alvo} = 167865.239 + 12.586 \cos (75.933) = 167869.885 \text{ m}$$

Para o rigor do método utilizado para obter as coordenadas, as coordenadas calculadas foram levantadas pelo recetor *Spectra SP60*, tendo obtido os seguintes valores:

$$M_{alvo} = -39254.323 \text{ m}$$

$$P_{alvo} = 167869.956 \text{ m}$$



Tabela 8- Diferenças das Coordenadas

	<b>M</b>	<b>P</b>
<b>Spectra Precision</b>	-39254.32	167869.96
<b>Interseção Direta</b>	-39254.29	167869.89
<b><math>\Delta e</math> (m)</b>	<b>  -0.029  </b>	<b>0.071</b>

Podemos assim concluir que apesar de ser uma técnica que exige algum cuidado, principalmente com o raio laser que nem sempre é possível observá-lo devido à claridade, é uma técnica que pode ser utilizada, visto que não necessita de grandes equipamentos, e avaliar pelo erro obtido (tabela 8), verificamos uma diferença de coordenadas na ordem centimétrica. Outra técnica que poderia ter-se utilizado também, é baseado em redes de apoio, apoiando nos vértices da rede topográfica do município e fazendo observações, embora este último necessitaria de um teodolito ou estação total.

A metodologia com a utilização do método de interseção direta também foi divulgada numa apresentação feita pela equipa de informação geográfica da via pública.



Figura 33- Distanciómetro e o respetivo tripé e recetor

### 5.3 Levantamento altimétrico com o recetor

Inicialmente, aquando da aquisição do equipamento GPS por parte da Câmara do Porto, os requisitos estavam focados em questões planimétricas sendo que a altimetria não seria naquele momento uma preocupação para o projeto IGVP. Assim, os bastões adquiridos foram os com maior elevação disponível a fim de uma melhor aquisição de sinal. Ao longo dos trabalhos verificou-se que, ao medir os bastões extensíveis com uma fita métrica, o valor da altura não correspondia ao valor destacado. Depois de fazer várias medidas encontrou-se um erro de 10 cm, chegando à conclusão de que o bastão é para uso de um prisma e não de uma antena de posicionamento por satélites, para um levantamento de cotas as coordenadas teriam algum erro. Para verificar até que ponto os erros afetariam as medidas, foi feito o levantamento, com equipamento GNSS, de três pontos cujas coordenadas pertencem à rede de apoio topográfico feito há pouco tempo pela Câmara Municipal do Porto. Esta rede de apoio foi criada em simultâneo com a aquisição da cartografia mais recente, em 2014, e associada ao processo de migração para o datum ETRS89.

Como as coordenadas dadas pelo aparelho GNSS são coordenadas geográficas (altitude acima do elipsoide) e as coordenadas da rede de apoio são retangulares (altitude acima do geoide) a conversão entre a altitude elipsoidal ( $h$ ) e a altitude ortométrica ( $H$ ) exige o conhecimento da ondulação do geoide ( $N$ ). Para encontrar o valor da ondulação do geoide utilizou-se um programa desenvolvido pelo colega André Pinhal disponibilizado na página do Professor José Alberto Gonçalves [24]. O programa foi criado a partir do comando Proj.4 (figura 34) que permite transformar coordenadas entre *data* diferente. O Programa Proj.4 por sua vez, efetua projeções cartográficas no sentido direto e no sentido inverso e é executado na linha de comando, definindo num string todas as características da projeção [24].

Tabela 9 - coordenadas geográficas e retangulares dos pontos

	WGS84 Spectra Precision			Transf. Coord. PTM-06 ETRS89			Coord_ Rede de Apoio da CMP		
	Lat	Long	h	M	P	H	M	P	H
<b>CM006</b>	41.166833	-8.682393	77.390000	-46097.29	166550.86	22.47	-46097.50	166551.20	22.64
<b>CM007</b>	41.166105	-8.678016	79.020000	-45731.04	166468.60	24.09	-45730.71	166468.03	24.34
<b>CM152</b>	41.153694	-8.612053	166.690000	-40202.16	165056.70	111.67	-40202.43	165057.20	111.88

(Desenvolvido por André Pinhal: apinhal@fc.up.pt)

ProjGridTransform

ETRS89 Proj TM (PT-TM06) [3763] > ETRS89 Proj TM (PT-TM06) [3763] GeodPT08

☐ Transformar ficheiro de texto

-40202.43	165057.20	in: h(clip) 0m
-40202.43	165057.20	-55.02

☒ Detalhes projeção de saída

Transformar

**Projeção Transverse Merc:**  
 Elipsoide  
 Meridiano Central  
 Paralelo Central

**Detalhes do Ponto**  
 Deformação linear M (h)  
 Deformação linear P (k)  
 Deformação da Área (s)  
 Distorção Angular (w)  
 Ângulo Meridiano/Paralelo  
 Convergência do Meridiano

Figura 34- Transformação de coordenadas. Fonte [24]

Tabela 10- Diferença de altitude ortométrica entre valor verdadeiro e o valor medido

altitude ortométrica (m)		
	Verdadeiro - Medido	Ondulação do geoide
<b>CM006</b>	0.17	54.92
<b>CM007</b>	0.25	54.93
<b>CM156</b>	0.21	55.02

Verificamos a partir da tabela 10 que os valores apesar de serem superiores a 10 cm (ao medir a altura do bastão com uma fita métrica foi obtido uma diferença de 10 cm) ainda assim são valores inferiores a 2m. Sendo uma amostra pequena e com alguns erros associados na medição das coordenadas, não podemos tirar grandes conclusões.

## 6 Conclusão

Uma das dificuldades encontradas durante os levantamentos, foi o efeito do multicaminho. Apesar de saber que este efeito não se pode eliminar, foi necessário arranjar métodos alternativos para obter as coordenadas com erros baixos.

Durante os trabalhos, verificou-se que a altura do bastão extensível não correspondia ao valor verdadeiro, depois de várias medidas com uma fita métrica encontrou-se um erro de 10 cm, chegando à conclusão de que o bastão é para uso de um prisma e não de uma antena de posicionamento por satélites. Para um levantamento de cotas as coordenadas teriam algum erro. Para verificar até que ponto os erros afetariam as medidas fizemos um levantamento de três pontos cujas coordenadas pertencem à rede de apoio feita há pouco tempo pela Câmara Municipal do Porto. Apesar desse obstáculo verificou-se que, para um levantamento planimétrico, um bastão extensível faz alguma diferença. Por exemplo: Encontramos situações em que os sinais estavam mesmo em baixo das copas, baixou-se o bastão para o mínimo tendo encontrado nesse momento uma posição fixa. Do mesmo modo encontramos um sinal encostado num muro de uma casa e ao estender o bastão para o máximo (3.20m) conseguimos obter uma posição fixa.

Relativamente ao objetivo principal do estágio obtivemos erros de posição das coordenadas dos sinais de trânsito na ordem de quase dois metros (2m) o que explica a inexistência desses sinais no portal de informação geográfica do município devido ao erro elevado da base de dados para a sua compatibilidade com a cartografia de escala 1:1000.

De um modo geral, as saídas para o campo estiveram sempre condicionadas com a previsão do tempo, mas não se pode negar que a utilização de um equipamento GPS de dupla frequência apesar de ser mais caro e de estar condicionado por alguns efeitos, a sua produtividade e a segurança dos resultados são incomparáveis com os métodos utilizados inicialmente.

Recomendações futuras:

Futuramente, para dar continuidade ao método alternativo – interseção direta medindo distancias - para obtenção das coordenadas quando não é possível com a antena GPS (devido a obstruções de sinais causados por reflexões) espera-se que seja implementado um programa, (com os devidos cálculos por mim apresentados no projeto

IGVP), no servidor do *collector* para que, em saídas de campo, sempre que for feita uma medição de distância, esta seja digitalizada no *collector* onde o programa irá determinar as coordenadas do ponto em tempo real, facilitando deste modo os trabalhos.

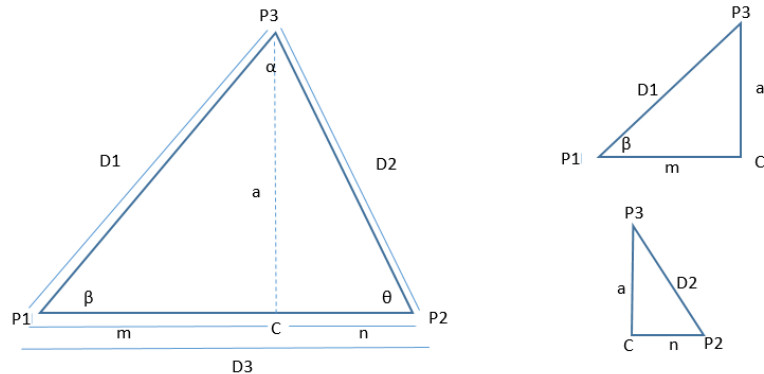
## Referências Bibliográficas

1. DRE, *Decreto Lei 8537/2018 nº 170*. 2ª série Direção Municipal de Mobilidade e Transporte, 4 de setembro de 2018.
2. IGeoE, *Noções Gerais de Geodesia*. 1 ed. 2000: Instituto Geográfico do Exército.
3. Gaspar, J.A., *Cartas e Projeções Cartográficas*. 3 ed. 2005.
4. Gonçalves, J.A., S. Madeira, and J.J. Sousa, *Topografia- Conceitos e Aplicações* 3ed. 2012: Lidel-Edições Técnicas Lda.
5. Matos, J.L.d., *Fundamentos De Informação Geográfica*. 3 ed. 2001.
6. EUREF. *European Reference Frame- Sub comissão da Associação Internaonal de Geodesia*. 18 agosto de 2019; Available from: [http://www.euref.eu/euref\\_egrs.html](http://www.euref.eu/euref_egrs.html).
7. ITRS. *Sistema Internacional de Referência Terrestre*. 2019; [Acedido a 23 agosto de 2019]]. Available from: <https://www.iers.org/ IERS/EN/DataProducts/ITRS/itrs.html>.
8. DGT. *RENEP/ ETRS89*. 2019; [Acedido em 3 agosto de 2019]]. Available from: [renep.dgterritorio.gov.pt](http://renep.dgterritorio.gov.pt).
9. Gonçalves, J., *Adoção de Sistemas de Referência Geográfica Globais*. ESIG 2008.
10. Gonçalves, J., *Conversões de Sistemas de Coordenadas Nacionais para ETRS89 utilizando Grelhas*. VI CNCG, 2009.
11. Teodoro, A., *Apontamentos de Topografia*. 2014: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
12. Lázaro, C., *Apontamentos Geodesia e Topografia Aplicada*. 2017, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
13. Subirana, J.S., J.M.J. Zornoza, and M.H. -Pajares, *GNSS Data Processing Vol. 1*. 2013: ESA Communications.
14. Bastos, L., *Apontamentos Localização por Satélite* 2016: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

15. Afonso, A.J.G., *Implementação de uma Rede de Estações de Referência GPS para Posicionamento em Tempo Real*. 2006: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
16. IGeoE, *Sistemas de Estações de Referência GNSS Virtuais para RTK*. 2006.
17. Porto, C.M.d. *MIPWEB*. 2019; Acedido em 25 de setembro de 2019]. Available from: [https://mipweb.cm-porto.pt/MuniSIG/MuniSIGViewer/Index.html?configBase=https://mipweb.cm-porto.pt/MuniSIG/REST/sites/Urbanismo/viewers/Mipweb\\_-\\_Mobile/virtualdirectory/Resources/Config/Default](https://mipweb.cm-porto.pt/MuniSIG/MuniSIGViewer/Index.html?configBase=https://mipweb.cm-porto.pt/MuniSIG/REST/sites/Urbanismo/viewers/Mipweb_-_Mobile/virtualdirectory/Resources/Config/Default).
18. IGVP, P. *IGVP*. 2019; acedido a 20 junho 2019]. Available from: <http://intranet.cm-porto.net/sites/DMVP/IGVP/Apresentacao.aspx>.
19. CMP. *Rede Apoio Topográfico do Município do Porto*. 2019; Available from: Acedido a 19 setembro de 2019. [http://rat.cm-porto.pt/dbo\\_Vertices\\_list.php?orderby=aid\\_vertice](http://rat.cm-porto.pt/dbo_Vertices_list.php?orderby=aid_vertice).
20. R6, T., *Especificações Técnicas*.
21. PRECISION, S.S., *Manual de Instruções* 2019.
22. Wikipedia. *ArcGIS*. 2019; Acedido em 24 de setembro de 2019]. Available from: <https://en.wikipedia.org/wiki/ArcGIS>.
23. Server, A. *Feature Services*. 2019; Acedido em 22 de agosto de 2019]. Available from: <https://enterprise.arcgis.com/en/server/latest/publish-services/windows/what-is-a-feature-service-.htm>.
24. Pinhal, A. *Transformação de Coordenadas*. Acedido a 26 de setembro de 2019]. Available from: <https://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/index.htm>.
25. GNSS, [Acedido em 23 agosto 2019]. Available from: <https://www.gsa.europa.eu/european-gnss/what-gnss>
26. Cruz, S., *Erros na Medições*. 1996. Pedro Ferreira

## 7 Anexos

### Demonstração Teorema de Carnot



Repartimos o triângulo retângulo em dois triângulos  $\overline{P3P1C}$  e  $\overline{P3P2C}$ . Do triângulo  $\overline{P3P1C}$  aplicando a trigonometria, temos:

$$\cos \beta = \frac{m}{D1} \text{ e } m = D1 \cos \beta$$

A partir do teorema de Pitágoras obtemos uma relação entre os lados do triângulo  $\overline{P3P2C}$

$$n^2 + a^2 = D2^2$$

E do triângulo  $\overline{P1P3C}$

$$m^2 + a^2 = D1^2$$

Ou seja,

$$a^2 = D1^2 - m^2$$

Sabendo que  $D3 = m + n$

$$n = D3 - m$$

Substituindo o,

$$n^2 + a^2 = D2^2$$

Temos:

$$(D3 - m)^2 + D1^2 - m^2 = D2^2$$

Aplicando o quadrado do binómio

$$D2^2 = D3^2 - 2D3m + m^2 + D1^2 - m^2$$

$$D2^2 = D3^2 + D1^2 - 2D3m$$

Finalmente, substituindo o **m** obtemos a lei dos cossenos:

$$D2^2 = D3^2 + D1^2 - 2 \times D3 \times D1 \times \cos\beta$$

Do mesmo modo obtemos as demais relações:

$$D3^2 = D2^2 + D1^2 - 2 \times D2 \times D1 \times \cos\alpha$$

$$D1^2 = D2^2 + D3^2 - 2 \times D2 \times D3 \times \cos\theta$$

Da lei dos cossenos determinamos os ângulos internos

$$\alpha = \arccos\left(\frac{D2^2 + D1^2 - D3^2}{2 \times D2 \times D1}\right)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{D3^2 + D1^2 - D2^2}{2 \times D3 \times D1}\right)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{D2^2 + D3^2 - D1^2}{2 \times D2 \times D3}\right)$$



